

Câu 1 (2,5 điểm)

1) Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{(3\sqrt{3}+1)^2} + \sqrt{12} - \sqrt{75}$.

2) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{25}{x-5\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+5}$ với $x > 0$ và $x \neq 25$.

3) Xác định các hệ số a, b của hàm số $y = ax + b$, biết rằng đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $y = 3x - 2$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 .

Câu 2 (2,0 điểm)

1) Giải phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$.

2) Cho phương trình $x^2 - 4x + 1 = 0$ có hai nghiệm dương x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $P = \frac{|x_1 - x_2| - 8\sqrt{3}}{x_1\sqrt{x_2} + x_2\sqrt{x_1}}$.

Câu 3 (2,0 điểm)

1) Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì sau 15 ngày làm xong. Nếu đội thứ nhất làm riêng trong 6 ngày rồi dừng lại và đội thứ hai làm tiếp công việc đó trong 10 ngày thì cả hai đội hoàn thành được 50% công việc. Hỏi nếu mỗi đội làm riêng thì trong bao nhiêu ngày mới xong công việc trên ?

2) Một thùng nước có dạng hình trụ với chiều cao 1,8m và đường kính đáy 1,2m. Người ta sơn toàn bộ phía ngoài mặt xung quanh của thùng nước này (trừ hai mặt đáy). Tính diện tích bề mặt được sơn của thùng nước đó (lấy $\pi \approx 3,14$).

Câu 4 (3,0 điểm) Cho đường tròn (O) và dây BC cố định không đi qua tâm O . Điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn. Các đường cao AD, BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H . Gọi I là giao điểm của AD và EF .

1) Chứng minh $CEHD$ là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $\widehat{DEH} = \widehat{FEH}$ và $\frac{1}{DH} + \frac{1}{DA} = \frac{2}{DI}$.

3) Tia AD cắt đường tròn (O) tại điểm M và tia ME cắt đường tròn (O) tại điểm N (M khác A và N khác M). Gọi K là giao điểm của BN và EF . Chứng minh đường thẳng AK luôn đi qua một điểm cố định khi A thay đổi.

Câu 5 (0,5 điểm)

$$\text{Giải hệ phương trình } \begin{cases} x+2 = \sqrt{(3y-2x-1)(y+1)} \\ \sqrt{3y-2} + y+2 = \sqrt{x+3} + 2xy \end{cases}$$

--- HẾT ---

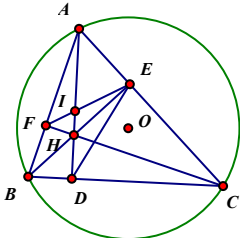
Họ và tên thí sinh: SBD:

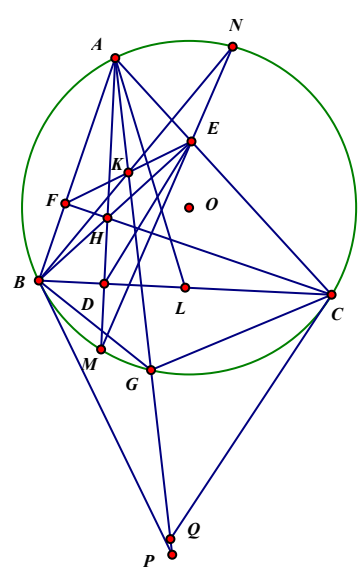
HƯỚNG DẪN CHẤM THI THỬ LỚP 10 LẦN 2 NĂM HỌC 2024 - 2025

MÔN THI: TOÁN

(Hướng dẫn chấm này có 04 trang)

Câu	ý	Nội dung	Điểm	
Câu 1 (2,5 điểm)	1)	Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{(3\sqrt{3} + 1)^2} + \sqrt{12} - \sqrt{75}$.	1,0	
		$A = 3\sqrt{3} + 1 + 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$ (lưu ý: HS tính được từng căn cho 0,25 điểm)	0,75	
		$= 1$.	0,25	
	2)	Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{25}{x-5\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+5}$ với $x > 0$ và $x \neq 25$.		1,0
		$B = \left[\frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-5)} - \frac{25}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-5)} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+5}$		0,25
		$= \frac{x-25}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-5)} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+5}$		0,25
		$= \frac{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-5)} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+5}$		0,25
			$= \frac{1}{\sqrt{x}}$.	0,25
	3)	Xác định các hệ số a, b của hàm số $y = ax + b$, biết rằng đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $y = 3x - 2$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 .		0,5
		Vì đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $y = 3x - 2$ nên $\begin{cases} a = 3 \\ b \neq -2 \end{cases}$.		0,25
Vì đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 nên $b = -3$ (thỏa mãn). Vậy $a = 3$ và $b = -3$.		0,25		
Câu 2 (2,0 điểm)	Giải phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$.		1,0	
	Phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$ có $a = 1, b = -3, c = -10$		0,25	
	nên $\Delta = (-3)^2 - 4.1.(-10) = 49 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 7$		0,25	
	1)	Do đó phương trình có hai nghiệm là $x_1 = \frac{3+7}{2} = 5$		0,25
		và $x_2 = \frac{3-7}{2} = -2$.		0,25
	2)	Cho phương trình $x^2 - 4x + 1 = 0$ có hai nghiệm dương x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $P = \frac{ x_1 - x_2 - 8\sqrt{3}}{x_1\sqrt{x_2} + x_2\sqrt{x_1}}$.		1,0
		Vì phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 nên theo hệ thức Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = 1 \end{cases}$.		0,25
		Ta có $P = \frac{\sqrt{(x_1 - x_2)^2} - 8\sqrt{3}}{\sqrt{x_1 x_2} \sqrt{(\sqrt{x_2} + \sqrt{x_1})^2}}$		0,25

		$P = \frac{\sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} - 8\sqrt{3}}{\sqrt{x_1x_2}\sqrt{x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1x_2}}}$	0,25	
		$= \frac{\sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 - 8\sqrt{3}}}{\sqrt{1} \cdot \sqrt{4 + 2 \cdot \sqrt{1}}} = \frac{2\sqrt{3} - 8\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{-6\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = -\sqrt{3}.$	0,25	
Câu 3 (2,0 điểm)		Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì sau 15 ngày làm xong. Nếu đội thứ nhất làm riêng trong 6 ngày rồi dừng lại và đội thứ hai làm tiếp công việc đó trong 10 ngày thì cả hai đội hoàn thành được 50% công việc. Hỏi nếu mỗi đội làm riêng thì trong bao nhiêu ngày mới xong công việc trên ?	1,5	
		Gọi thời gian đội thứ nhất làm riêng xong công việc là x (đơn vị: ngày, điều kiện: $x > 0$) Gọi thời gian đội thứ hai làm riêng xong công việc là y (đơn vị: ngày, điều kiện: $y > 0$)	0,25	
		Trong 1 ngày đội thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), trong 1 ngày đội thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc).	0,25	
	1)	Hai đội cùng làm chung một công việc sau 15 ngày làm xong nên ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15}$ (1)	0,25	
		Đội thứ nhất làm riêng trong 6 ngày và đội thứ hai làm tiếp công việc đó trong 10 ngày thì cả hai đội hoàn thành được 50% công việc nên ta có phương trình: $\frac{6}{x} + \frac{10}{y} = \frac{1}{2}$ (2)	0,25	
		Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \\ \frac{6}{x} + \frac{10}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}$		
		Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x = 24 \\ y = 40 \end{cases}$	0,25	
		Đổi chiếu điều kiện và kết luận: Đội thứ nhất làm riêng thì sau 24 ngày xong công việc, đội thứ hai làm riêng thì sau 40 ngày xong công việc.	0,25	
2)	Một thùng nước có dạng hình trụ với chiều cao 1,8 m và đường kính đáy 1,2 m. Người ta sơn toàn bộ phía ngoài mặt xung quanh của thùng nước này (trừ hai mặt đáy). Tính diện tích bề mặt được sơn của thùng nước đó (lấy $\pi \approx 3,14$).	0,5		
	Diện tích bề mặt được sơn của thùng nước là $S = 2\pi Rh$	0,25		
	$\approx 2 \cdot 3,14 \cdot 0,6 \cdot 1,8 = 6,7824 \text{ (m}^2\text{)}.$	0,25		
Câu 4 (3,0 điểm)		Chứng minh CEHD là tứ giác nội tiếp.	1,5	
	1)		Vì BE, AD là các đường cao của ΔABC nên $\widehat{HDC} = \widehat{HEC} = 90^\circ$	0,5
		Xét tứ giác $CEHD$ có $\widehat{HDC} + \widehat{HEC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ.$	0,25	
		Do đó $CEHD$ là tứ giác nội tiếp.	0,25	
	Vẽ hình đúng được 0,5 điểm			

	<p>Chứng minh $\widehat{DEH} = \widehat{FEH}$ và $\frac{1}{DH} + \frac{1}{DA} = \frac{2}{DI}$.</p> <p>Vì $CEHD$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{DEH} = \widehat{DCH}$.</p> <p>Xét tứ giác $CEFB$ có $\widehat{CEB} = \widehat{CFB} = 90^\circ$ nên $CEFB$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{FEH} = \widehat{DCH}$. Từ đó suy ra $\widehat{DEH} = \widehat{FEH}$.</p> <p>Vì $\widehat{DEH} = \widehat{FEH}$ nên EH là tia phân giác của góc DEF. Mà $AE \perp EH$ nên AE là tia phân giác ngoài của góc DEF. Do đó $\frac{HI}{HD} = \frac{AI}{AD} \left(= \frac{EI}{DE} \right)$</p> <p>$\Rightarrow 1 + \frac{HI}{DH} + 1 - \frac{AI}{DA} = 2 \Rightarrow \frac{DH + HI}{DH} + \frac{DA - AI}{DA} = 2 \Rightarrow \frac{DI}{DH} + \frac{DI}{DA} = 2$</p> <p>$\Rightarrow \frac{1}{DH} + \frac{1}{DA} = \frac{2}{DI}$.</p>	<p>1,0</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
2)	<p>Chứng minh đường thẳng AK luôn đi qua một điểm cố định khi A thay đổi.</p> <p>Vì $AFHE$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{AFE} = \widehat{AHE} \Rightarrow \widehat{BFK} = \widehat{MHE}$</p> <p>Mà $\widehat{FBK} = \widehat{HME} \left(= \frac{1}{2} s\widehat{AN} \right)$ nên</p> <p>$\Delta BFK \square \Delta MHE (g.g) \Rightarrow \frac{FK}{HE} = \frac{BF}{MH} = \frac{BF}{2DH}$</p> <p>(do ta dễ dàng chứng minh được $MH = 2DH$) (1)</p> <p>Dễ thấy $\Delta BFE \square \Delta DHE (g.g)$</p> <p>$\Rightarrow \frac{FE}{HE} = \frac{BF}{DH}$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra $\frac{FE}{HE} = 2 \frac{FK}{HE}$</p> <p>$\Rightarrow FE = 2FK \Rightarrow FK = KE$.</p>	 <p>0,25</p>
3)	<p>Gọi G là giao điểm thứ hai của AK và đường tròn (O); L là trung điểm của BC; tiếp tuyến tại B, C của đường tròn (O) lần lượt cắt AK tại P và Q.</p> <p>Ta có $\Delta AEF \square \Delta ABC (g.g) \Rightarrow \frac{AF}{EF} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{AF}{FK} = \frac{AC}{LC} \Rightarrow \Delta AFK \square \Delta ACL (c.g.c)$</p> <p>$\Rightarrow \widehat{FAK} = \widehat{CAL} \Rightarrow \Delta ABG \square \Delta ALC (g.g) \Rightarrow \frac{GB}{CL} = \frac{AG}{AC} \Rightarrow GB.AC = AG.CL$.</p> <p>Tương tự $\Delta AGC \square \Delta ABL (g.g) \Rightarrow \frac{AG}{AB} = \frac{GC}{BL} \Rightarrow AB.GC = AG.BL = AG.CL$.</p> <p>Từ đó suy ra $GB.AC = AB.GC \Rightarrow \frac{GB}{AB} = \frac{GC}{AC}$ (3)</p> <p>Ta có $\Delta PBG \square \Delta PAB (g.g) \Rightarrow \frac{PG}{PB} = \frac{PB}{PA} = \frac{BG}{AB} \Rightarrow \frac{PG}{PA} = \left(\frac{BG}{AB} \right)^2$ (4)</p> <p>Chứng minh tương tự ta có $\frac{QG}{QA} = \left(\frac{CG}{AC} \right)^2$ (5)</p> <p>Từ (3); (4) và (5) suy ra $\frac{PG}{PA} = \frac{QG}{QA} \Rightarrow \frac{PG}{PA - PG} = \frac{QG}{QA - QG}$ hay $\frac{PG}{AG} = \frac{QG}{AG}$</p> <p>$\Rightarrow PG = QG \Rightarrow P \equiv Q$. Vì đây BC cố định nên điểm P cố định. Vậy đường thẳng AK luôn đi qua điểm cố định P khi điểm A thay đổi.</p>	<p>0,25</p>

Câu 5 (0,5 điểm)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+2 = \sqrt{(3y-2x-1)(y+1)} \\ \sqrt{3y-2} + y+2 = \sqrt{x+3} + 2xy \end{cases}$	0,5
	<p>Điều kiện xác định của hệ phương trình là $3y \geq 2; x+3 \geq 0; 3y-2x-1 \geq 0$.</p> <p>Biến đổi phương trình thứ nhất của hệ ta được $3(y+1) - (3y-2x-1) = 2\sqrt{(3y-2x-1)(y+1)}$.</p> <p>Đặt $a = \sqrt{3y-2x-1}; b = \sqrt{y+1}$ ($a > 0; b > 0$). Khi đó ta có phương trình $3b^2 - a^2 = 2ab \Leftrightarrow (a-b)(a+3b) = 0 \Leftrightarrow a = b$.</p> <p>Do đó $\sqrt{3y-2x-1} = \sqrt{y+1} \Leftrightarrow 3y-2x-1 = y+1 \Leftrightarrow y = x+1$.</p>	0,25
	<p>Thay vào phương trình thứ hai ta được $\sqrt{3x+1} + 3 = \sqrt{x+3} + 2x^2 + x \Leftrightarrow \sqrt{3x+1} - \sqrt{x+3} = 2x^2 + x - 3$ $\Leftrightarrow \frac{2x-2}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{x+3}} = (x-1)(2x+3) \Leftrightarrow (x-1) \left[\frac{2}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{x+3}} - (2x+3) \right] = 0$</p> <p>Do $x \geq -\frac{1}{3}$ nên ta có $\frac{2}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{x+3}} - (2x+3) = 0$ $\Leftrightarrow (2x+3)(\sqrt{3x+1} + \sqrt{x+3}) = 2$ phương trình này vô nghiệm</p> <p>vì $(2x+3)(\sqrt{3x+1} + \sqrt{x+3}) \geq \frac{7}{3} \left(0 + \sqrt{\frac{8}{3}} \right) > 2$.</p> <p>Do đó từ phương trình trên ta được $x = 1$, suy ra $y = 2$.</p> <p>Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (1; 2)$.</p>	0,25
TỔNG ĐIỂM		10,0