

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề gồm 01 trang)

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian giao đề.

Câu 1. (2,5 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức: $A = \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{75}$;

b) Rút gọn biểu thức: $P = \frac{x}{\sqrt{x+x}} + \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ với $x > 0, x \neq 1$;

c) Trong hệ trục tọa độ Oxy, biết đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $A(2;3)$ và điểm $B(-2;1)$. Tìm các hệ số a và b .

Câu 2. (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $x^2 + 2x - 24 = 0$

2) Cho phương trình $x^2 - 5x + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình hãy

tính giá trị biểu thức $M = \frac{(x_1 + 1)(x_2 + 1)}{x_1^2 + 5x_2}$

Câu 3. (2,0 điểm)

1) Khi mới nhận lớp 9A, cô giáo chủ nhiệm dự định chia lớp thành 4 tổ có số học sinh như nhau. Nhưng sau khi khai giảng xong có 4 bạn học sinh chuyển đi. Do đó, cô giáo chủ nhiệm thay đổi phương án và chia đều số học sinh còn lại thành 3 tổ. Hỏi lớp 9A hiện có bao nhiêu học sinh, biết rằng so với phương án dự định ban đầu, số học sinh mỗi tổ hiện nay nhiều hơn 2 học sinh.

2) Khi thả chìm hoàn toàn một viên xúc xắc nhỏ hình lập phương vào một ly nước có dạng hình trụ thì người ta thấy nước trong ly dâng lên $0,5\text{cm}$ và không tràn ra ngoài. Biết diện tích đáy của ly nước bằng 250cm^2 . Hỏi cạnh của viên xúc xắc dài bao nhiêu cm ?



Câu 4. (3,0 điểm)

Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O, R) . Các đường cao AD, CE của ΔABC cắt nhau tại H .

a) Chứng minh tứ giác $BEHD$ nội tiếp và $BH \perp AC$;

b) Kéo dài AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K . Kéo dài KE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai I . Gọi F là giao điểm của BH và AC , N là giao điểm của CI và EF .

Chứng minh: $\widehat{CIE} = \widehat{NEC}$ và $CE^2 = CN.CI$;

c) Kẻ OM vuông góc với BC tại M . Gọi P là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔAEF . Chứng minh: ba điểm M, N, P thẳng hàng.


Câu 5. (0,5 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + xy^2 - 10y = 0 \\ x^2 + 6y^2 = 10 \end{cases}$$

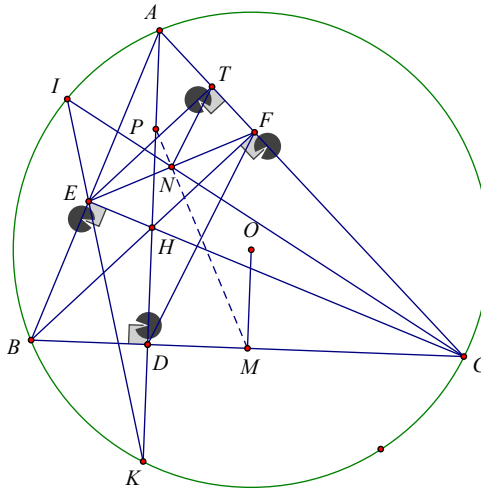
----- HẾT -----

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI MÔN TOÁN
(Hướng dẫn chấm gồm 04 trang)

| CÂU | NỘI DUNG | ĐIỂM |
|---|---|------------------|
| Câu 1 (2,5 điểm) | a) Tính giá trị của biểu thức: $A = \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{75}$; | 1,0 điểm |
| | Ta có $A = \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{75} = \sqrt{4 \cdot 3} + 3\sqrt{9 \cdot 3} - 2\sqrt{25 \cdot 3}$ | 0,5 |
| | $= 2\sqrt{3} + 9\sqrt{3} - 10\sqrt{3}$ | 0,25 |
| | $= \sqrt{3}$ | 0,25 |
| | b) Rút gọn biểu thức: $P = \frac{x}{\sqrt{x}+x} + \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ với $x > 0, x \neq 1$; | 0,75 điểm |
| | Với $x > 0, x \neq 1$, ta có: $P = \frac{x}{\sqrt{x}+x} + \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \frac{(\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})} + \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$ | 0,25 |
| | $= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ | 0,25 |
| | $= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = 1$ | 0,25 |
| | c) Trong hệ trục tọa độ Oxy, biết đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $A(2;3)$ và điểm $B(-2;1)$. Tìm các hệ số a và b. | 0,75 điểm |
| | Đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $A(2;3)$ suy ra $3 = 2a + b$ (1) Đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $B(-2;1)$ suy ra $1 = -2a + b$ (2) | 0,25 |
| Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2a + b = 3 \\ -2a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 4 \\ 2a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$ | 0,25 | |
| Vậy $a = \frac{1}{2}$; $b = 2$ là các giá trị cần tìm | 0,25 | |
| Câu 2 (2,0 điểm) | 1) Giải phương trình: $x^2 + 2x - 24 = 0$ | 1,0 điểm |
| | Ta có: $\Delta' = (b')^2 - ac = 1^2 - (-24) = 1 + 24 = 25 > 0$. Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt. | 0,5 |
| | $x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-1 + \sqrt{25}}{1} = 4$; $x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-1 - \sqrt{25}}{1} = -6$ | 0,5 |
| | 2) Cho phương trình $x^2 - 5x + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Không giải phương trình hãy tính giá trị biểu thức $M = \frac{(x_1+1)(x_2+1)}{x_1^2 + 5x_2}$ | 1,0 điểm |
| Do phương trình $x^2 - 5x + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . | 0,5 | |

| | | |
|--|---|-----------------|
| | Nên theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 3 \end{cases}$ | |
| | Theo bài ra $M = \frac{(x_1+1)(x_2+1)}{x_1^2+5x_2} = \frac{(x_1+1)(x_2+1)}{x_1^2+(x_1+x_2)x_2} = \frac{x_1x_2+x_1+x_2+1}{x_1^2+x_1x_2+x_2^2}$ (thay $x_1+x_2=5$) | 0.25 |
| | $= \frac{x_1+x_2+x_1x_2+1}{(x_1+x_2)^2-x_1x_2} = \frac{5+3+1}{5^2-3} = \frac{9}{22}$ | 0.25 |
| Câu 3 (2,0 điểm) | 1) Khi mới nhận lớp 9A, cô giáo chủ nhiệm dự định chia lớp thành 4 tổ có số học sinh như nhau. Nhưng sau khi khai giảng xong có 4 bạn học sinh chuyển đi. Do đó, cô giáo chủ nhiệm thay đổi phương án và chia đều số học sinh còn lại thành 3 tổ. Hỏi lớp 9A hiện có bao nhiêu học sinh, biết rằng so với phương án dự định ban đầu, số học sinh mỗi tổ hiện nay nhiều hơn 2 học sinh. | 1,5 điểm |
| | Gọi số học sinh lớp 9A hiện có là x (học sinh), $x \in \mathbb{N}^*$. | 0.25 |
| | Khi đó, số học sinh lớp 9A trước lúc khai giảng là: $x+4$ (học sinh) | |
| | Số học sinh mỗi tổ dự định ban đầu là: $\frac{x+4}{4}$ (học sinh) | 0,5 |
| | Số học sinh mỗi tổ hiện có là: $\frac{x}{3}$ (học sinh) | |
| | Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{x}{3} - \frac{x+4}{4} = 2$ | 0.25 |
| | $\Leftrightarrow 4x - 3(x+4) = 24 \Leftrightarrow x - 12 = 24 \Leftrightarrow x = 36 \text{ (TMĐK)}$ | 0,25 |
| Vậy số học sinh hiện nay của lớp 9A là 36 học sinh. | 0.25 | |
| 2) Khi thả chìm hoàn toàn một viên xúc xắc nhỏ hình lập phương vào một ly nước có dạng hình trụ thì người ta thấy nước trong ly dâng lên 0,5cm và không tràn ra ngoài. Biết diện tích đáy của ly nước bằng 250cm^2. Hỏi cạnh của viên xúc xắc dài bao nhiêu cm? |  | 0,5 điểm |
| Thể tích phần nước dâng lên trong ly chính là thể tích của viên xúc xắc. Ta có thể tích phần nước dâng lên là: $V = S.h = 250.0,5 = 125\text{cm}^3$ | | 0,25 |
| Gọi a là độ dài cạnh của viên xúc xắc. Khi đó ta có: $a^3 = 125 \Rightarrow a = 5\text{cm}$. Vậy độ dài cạnh viên xúc xắc là 5 cm | | 0,25 |
| Câu 4 (3,0 điểm) | Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O, R). Các đường cao AD, CE của ΔABC cắt nhau tại H. a) Chứng minh tứ giác $BEHD$ nội tiếp và $BH \perp AC$; b) Kéo dài AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K. Kéo dài KE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai I. Gọi F là giao điểm của BH và AC, N là giao điểm của CI và EF. Chứng minh: $\widehat{CIE} = \widehat{NEC}$ và $CE^2 = CN.CI$; c) Kẻ OM vuông góc với BC tại M. Gọi P là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔAEF. Chứng minh: ba điểm M, N, P thẳng hàng. | 3,0 điểm |



0,25

a). Ta có: CE là đường cao của $\triangle ABC \Rightarrow CE \perp AB$ tại E. Do đó, $\widehat{BEH} = 90^\circ$.
 AD là đường cao của $\triangle ABC \Rightarrow AD \perp BC$ tại D. Do đó, $\widehat{BDH} = 90^\circ$.

0,5

Xét tứ giác $BEHD$ có: $\widehat{BEH} + \widehat{BDH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Vậy tứ giác $BEHD$ nội tiếp.

0,25

Ta có CE và AD là hai đường cao của tam giác ABC cắt nhau tại H. Suy ra, H là trực tâm của tam giác ABC . Do đó $BH \perp AC$ (đpcm)

0,5

b). Xét tứ giác $AEHF$ ta có: $\widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Suy ra tứ giác $AEHF$ nội tiếp.

0,25

Suy ra $\widehat{FEH} = \widehat{FAH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung \widehat{HF}). Suy ra $\widehat{NEC} = \widehat{FEH}$ (1)

Mà trong đường tròn (O) ta có $\widehat{CIK} = \widehat{FAK}$ hay $\widehat{CIE} = \widehat{FAH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung \widehat{FC}) (2)

0,25

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{CIE} = \widehat{NEC}$

Xét hai tam giác $\triangle CIE$ và $\triangle CEN$ có: \widehat{ICE} chung; $\widehat{CIE} = \widehat{NEC}$ (chứng minh trên)
 Suy ra $\triangle CIE \sim \triangle CEN$ (g-g)

0,25

Vì $\triangle CIE \sim \triangle CEN$ (g-g) nên suy ra $\frac{CI}{CE} = \frac{CE}{CN} \Rightarrow CE^2 = CI \cdot CN$ (đpcm)

0,25

c) Ta có tứ giác $AEHF$ nội tiếp, mà P là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF . Suy ra P cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$ (3)

Lại có: $OM \perp BC$ (gt), mà BC là một dây cung của đường tròn (O). Suy ra M là trung điểm BC .

0,25

Xét tứ giác $BEFC$ có $\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$. Suy ra tứ giác $BEFC$ nội tiếp đường tròn đường kính BC . Do đó M là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BEFC$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra PM là đường trung trực của EF hay PM đi qua trung điểm của EF (5).

Gọi T là hình chiếu của E lên AC.

Xét tam giác AEC vuông tại E có ET là đường cao ta có $CE^2 = CT \cdot CA$. Mà $CE^2 = CI \cdot CN$ (chứng minh trên) nên

$CN \cdot CI = CA \cdot CT \Rightarrow \frac{CN}{CA} = \frac{CT}{CI}$. Suy ra $\triangle CNT \sim \triangle CAI$ (c-g-c)

0,25

Do đó $\widehat{CTN} = \widehat{CIA} \Rightarrow \widehat{CTN} = \widehat{CBA}$ (Vì $\widehat{CIA} = \widehat{CBA}$ hai góc nội tiếp cùng chắn cung \widehat{AC}).

Mặt khác, vì tứ giác $BEFC$ nội tiếp nên $\widehat{TFN} = \widehat{ABC} \Rightarrow \widehat{TFN} = \widehat{CTN}$.

| | | |
|-----------------------------------|---|---------------------------|
| | <p>Lại có $\widehat{NTE} = \widehat{NET}$ (cùng phụ với hai góc bằng nhau \widehat{TFN} và $\widehat{FTN} = \widehat{CTN}$). Suy ra $\triangle NTE$ cân tại N $\Rightarrow TN = NE$. Mà $NT = NF$ (do tam giác TNF cũng cân tại N vì $\widehat{TFN} = \widehat{FNT} = \widehat{CTN}$). Từ đó suy ra $NE = NF$ hay N là trung điểm của EF (6) Từ (5) và (6) suy ra ba điểm P, N, M thẳng hàng (đpcm)</p> | |
| Câu 5 (0,5 điểm) | <p>Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + xy^2 - 10y = 0 \\ x^2 + 6y^2 = 10 \end{cases} .$</p> | 0,5 điểm |
| | <p>Ta có $\begin{cases} x^3 + xy^2 - 10y = 0 & (1) \\ x^2 + 6y^2 = 10 & (2) \end{cases}$ Thế $10 = x^2 + 6y^2$ từ phương trình (2) vào phương trình (1) ta có $x^3 + xy^2 - (x^2 + 6y^2)y = 0 \Leftrightarrow x^3 + xy^2 - x^2y - 6y^3 = 0$ $\Leftrightarrow x^3 - 2x^2y + x^2y - 2xy^2 + 3xy^2 - 6y^3 = 0$ $\Leftrightarrow (x^3 - 2x^2y) + (x^2y - 2xy^2) + (3xy^2 - 6y^3) = 0$ $\Leftrightarrow x^2(x - 2y) + xy(x - 2y) + 3y^2(x - 2y) = 0$ $\Leftrightarrow (x - 2y)(x^2 + xy + 3y^2) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 0 \\ x^2 + xy + 3y^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ x^2 + xy + 3y^2 = 0 \end{cases}$</p> | 0,25 |
| | <p>+ Trường hợp 1: $x^2 + xy + 3y^2 = 0 \Leftrightarrow \left(x^2 + xy + \frac{y^2}{4}\right) + \frac{11y^2}{4} = 0$ $\Leftrightarrow \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{11y^2}{4} = 0 \Rightarrow x = y = 0$ Vì $x = y = 0$ không thỏa mãn phương trình (2) nên $x = y = 0$ không là nghiệm của hệ phương trình. + Trường hợp 2: $x = 2y$ thay vào phương trình (2) ta có $(2y)^2 + 6y^2 = 10 \Leftrightarrow 4y^2 + 6y^2 = 10 \Leftrightarrow 10y^2 = 10 \Leftrightarrow y^2 = 1$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \Rightarrow x = 2 \\ y = -1 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có hai nghiệm: $(x, y) = \{(2; 1); (-2; -1)\}$</p> | 0,25 |