

Bài 1. (2.0 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{2+x}{\sqrt{x}-x} \right)$ với $x > 0, x \neq 1$

1. Rút gọn P.
2. Tìm x để $P = \frac{2}{3}$.
3. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức P không là số nguyên với mọi giá trị của x.

Bài 2. (2.0 điểm)

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3(x-3y) - 2(x+y) = 12 \\ 2(x-y) + 3(x+2y) = 1 \end{cases}$$
2. Tháng thứ nhất hai tổ may được 720 chiếc áo. Tháng thứ hai, tổ I may vượt 15%, tổ II may vượt 12% so với tháng thứ nhất nên cả hai tổ may được 819 chiếc áo. Hỏi tháng thứ nhất mỗi tổ may được bao nhiêu chiếc áo?

Bài 3. (2.0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - (m-2)x + m - 3 = 0$ (m là tham số).

1. Giải phương trình khi $m = 5$.
2. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông cân.

Bài 4. (3.5 điểm)

Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O;R) kẻ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OM và AB.

1. Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn và $OM \perp AB$.
2. Kẻ cát tuyến MCD với (O;R) sao cho $MC < MD$, tia MD nằm giữa tia MO và tia MB. Kẻ đường kính EF vuông góc với CD tại I (E thuộc cung CD nhỏ). MF cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là N. Chứng minh $MN.MF = MH.MO$.
3. Biết $\widehat{AMB} = 60^\circ$, $R = 3\text{cm}$. Gọi diện tích phần tứ giác MAOB nằm ngoài đường tròn (O;R) là S. Tính S.
4. Gọi K là giao điểm của AB và MD. Chứng minh ba điểm E, K, N thẳng hàng.

Bài 5. (0,5 điểm)

Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn $a + b + c = abc$. Tìm giá trị lớn nhất của

$$S = \frac{a}{\sqrt{bc(1+a^2)}} + \frac{b}{\sqrt{ca(1+b^2)}} + \frac{c}{\sqrt{ab(1+c^2)}}$$

Hết

Họ và tên thí sinh.....Số BD.....