

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Tính giá trị của biểu thức: $A = \sqrt{3-2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$

2) Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + 4\sqrt{x} \right) \cdot \frac{1}{2x\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm x để $P = x$

Câu 2. (2,0 điểm)

1) Cho Parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + m$ với m là tham số

Tìm m để (d) và (P) cùng đi qua điểm A có hoành độ $x = -2$

2) Một mảnh vườn hình chữ nhật, nếu chiều dài và chiều rộng đều tăng thêm $4m$ thì diện tích mảnh vườn tăng thêm $216m^2$. Nếu tăng chiều rộng $2m$ và giảm chiều dài $5m$ thì diện tích mảnh vườn giảm $50m^2$. Tính chiều rộng và chiều dài của mảnh vườn ban đầu.

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = -3m - 4 \\ 2x + 3y = 8m - 1 \end{cases}$

a) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ trong đó $y = 3$

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn

$S = y^2 + 2x + 1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và đường kính AB . Bán kính OC vuông góc với AB , M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC (M khác A và C), BM cắt AC tại H . Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên AB .

a) Chứng minh bốn điểm B, C, H, K cùng thuộc một đường tròn

b) Chứng minh $\widehat{ACM} = \widehat{ACK}$

c) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho $BE = AM$. Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C

d) Gọi đường thẳng d là tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) . Gọi P là một điểm nằm trên d sao cho hai điểm P, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và

$\frac{AP \cdot MB}{MA} = R$.

Chứng minh đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK .

Câu 5. (0,5 điểm)

Với a, b, c là các số dương thỏa mãn: $a^3 + b^3 + 6ab \leq 8$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{3}{ab} + ab$

--- Hết ---