PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VẠN NINH

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2024 - 2025

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN
Ngày thi: 19/9/2024
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (4,00 điểm):

a) Rút gọn biểu thức $A=\left(\dfrac{x+1}{3x^2+3x}+\dfrac{2x-1}{3x-6x^2}-1\right):\dfrac{1-x}{2x}$ với $x\neq 0, x\neq \dfrac{1}{2}, x\neq \pm 1$.

b) Cho hai số dương a và b thỏa điều kiện $a^3-3a^2b-2ab^2-8b^3=0$. Tính giá trị của biểu thức $B=\dfrac{a-b}{a+b}$.

Câu 2 (4,00 điểm):

a) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hai đường thẳng $d: y=mx+1$ và $d': y=2x+(m-2)^2$ cắt nhau tại một điểm thuộc trục tung.

b) Cho đa thức $f(x)=ax+b$, với a, b là các số nguyên và $a\neq 0$. Biết giá trị của đa thức tại $x=1$ và $x=3$ tỉ lệ với 2 và -2. Chứng minh rằng b là số nguyên chẵn.

Câu 3 (2,00 điểm) Giải phương trình $\dfrac{1}{(x-1)(x+3)}-\dfrac{1}{(x+1)^2}=\dfrac{1}{48}$.

Câu 4 (5,00 điểm): Cho hình vuông $ABCD$. Trên các cạnh AB, BC lấy lần lượt các điểm E, F sao cho $AE=BF$. Gọi M là giao điểm của CE và DF.

a) Chứng minh CE vuông góc với DF và $\dfrac{1}{CD^2}+\dfrac{1}{CF^2}=\dfrac{1}{CM^2}$.

b) Gọi P là điểm bên trong hình vuông $ABCD$ sao cho $AB=AP$ và góc $\widehat{CPD}=90^0$. Tính số đo của góc $\widehat{DCP}$.

Câu 5 (5,00 điểm):

a) Trên bảng có 1000 số tự nhiên 1, 2, 3, …., 1000. Ta thực hiện một trò chơi như sau: mỗi bước, ta chọn hai số bất kỳ rồi xóa chúng đi và viết một số mới lên bảng đúng bằng tổng của hai số vừa được xóa. Sau một số hữu hạn bước, trên bảng chỉ còn lại đúng một số. Hỏi đó là số nào ?

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q=\dfrac{a^4-2a^3+3a^2-4a+8}{a^4-2a^3+3a^2-4a+5}$.

c) Tìm tất cả các số nguyên dương a, b, c sao cho $\dfrac{a+b}{a+c}=\dfrac{b+c}{b+a}$ và $ab+bc+ca$ là số nguyên tố.

——— HẾT ———