PHÒNG GD&ĐT THANH CHƯƠNG
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
Năm học 2024 – 2025- môn Toán
Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1: *(3,0 điểm)*

a) Tìm số tự nhiên n sao cho $n^2 + 3n + 6$ là số chính phương.

b) Chứng minh rằng $n^3 - 3n^2 + 2n + 6$ chia hết cho 6 với mọi số nguyên n.

Bài 2: *(7,0 điểm)*

a) Giải phương trình: $(x^2 - 3x)^2 + 5(x^2 - 3x) + 6 = 0$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 4 = xy - 2y \\ x^3 - 3x^2y + 2xy + 78 = 0 \end{cases}$

c) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $x \geq 1; y \geq 1; z \geq 1$ và $x^2 + y^2 + z^2 = 6$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \frac{x}{y^2+2} + \frac{y}{z^2+2} + \frac{z}{x^2+2}$

Bài 3: *(2,0 điểm)*

Trong một hộp đựng 100 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 100 lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ.

a) Tính xác suất lấy được tấm thẻ được đánh số chia hết cho 5.

b) Tính xác suất lấy được tấm thẻ có chữ số 2.

Bài 4: *(7,0 điểm)*

Cho ΔABC có ba góc nhọn $(AB < BC)$, đường cao AD, BE, CF của ΔABC cắt nhau tại H.

a) Chứng minh $DB.DC = DH.DA$

b) Chứng minh $\frac{\text{Sin}\widehat{CED}}{\text{Sin}\widehat{CDE}} = \frac{AC}{BC}$

c) Qua F vẽ đường thẳng d vuông góc với BE, đường thẳng d cắt DE tại K. Lấy điểm I sao cho H là trung điểm của IK. Chứng minh rằng: Đường thẳng CK vuông góc với đường thẳng AI.

Bài 5. *(1,0 điểm)*

Nhân dịp lễ công bố ***" 555 năm danh xưng Thanh Chương"***, ban tổ chức muốn lựa chọn một số quả bóng trong số 200 quả được đánh số từ 1 đến 200 dùng để trang trí tại một số địa điểm. Các quả bóng được lựa chọn phải thỏa mãn điều kiện: Tổng các số được ghi trên ba quả bất kì trong số các quả được chọn chia hết cho 5. Hỏi số địa điểm được chọn để trang trí nhiều nhất là bao nhiêu, biết rằng mỗi địa điểm được chọn trang trí 5 quả bóng.

- HẾT –