PHÒNG GD & ĐT BỐ TRẠCH

KHẢO SÁT LẦN 1 HỌC SINH GIỎI TOÁN 9
NĂM HỌC 2024 – 2025
Khóa ngày : 16/07/2024
Thời gian : 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*
(Đề thi có 01 trang)

Câu 1 (1,5 điểm) : Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $(a+b+c)(ab+bc+ca)-abc$; b) $x^4+6x^3+13x^2+12x+4$

Câu 2 (2,0 điểm) : Cho biểu thức $M=\dfrac{a+1}{\sqrt{a}}+\dfrac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}}+\dfrac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}$ với $a>0, a\neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức M.

b) Tìm các giá trị của a để biểu thức $N=\dfrac{6}{M}$ nhận giá trị là số nguyên.

Câu 3 (1,0 điểm) : Cho a,b,c là các số thực khác 0 thỏa mãn :

$$|a+b+c-2024|+\sqrt{2024(ab+bc+ca)-abc}=0$$

Tính giá trị của biểu thức $P=\dfrac{1}{a^{2025}}+\dfrac{1}{b^{2025}}+\dfrac{1}{c^{2025}}$

Câu 4 (2,0 điểm) :

a) Trong kỳ thi vào lớp 10 THPT chuyên Võ Nguyên Giáp năm nay có 785 học sinh đến từ 16 trường THCS khác nhau tham gia dự thi. Giả sử điểm bài thi môn Toán của mỗi học sinh đều là số nguyên lớn hơn 3 và bé hơn hoặc bằng 10. Chứng minh rằng luôn tồn tại ít nhất 8 thí sinh có điểm Toán bằng nhau đến từ một trường THCS.

b) Cho a,b,c là các số nguyên thoả mãn $a+b+2024c=c^3$. Chứng minh rằng : $a^3+b^3+c^3$ chia hết cho 6.

Câu 5 (3,5 điểm) : Cho tam giác ABC nhọn có các đường cao AA', BB', CC' cắt nhau tại H.

a) Chứng minh BC'.BA + CB'.CA = BC^2.

b) Chứng minh rằng $\dfrac{HB.HC}{AB.AC}+\dfrac{HA.HB}{CA.CB}+\dfrac{HC.HA}{BC.BA}=1$.

c) Gọi D là trung điểm của BC. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với DH cắt AB, AC lần lượt tại M và N. Chứng minh H là trung điểm của MN.

d) Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, O là giao điểm ba đường trung trực của tam giác ABC. Chứng minh H, G, O thẳng hàng.

----------**Hết**----------