

Câu 1 (4,0 điểm).

Cho a, b, c, d là các số thực đôi một khác nhau, thỏa mãn $a^2 - 2ac = b^2 - 2bc$ và $c^2 - 2ca = d^2 - 2da$. Chứng minh rằng $d - a = a - c = c - b$.

Câu 2 (4,0 điểm).

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp rưỡi chiều rộng và có chu vi bằng 140m.

a) Tính diện tích của mảnh vườn.

b) Người ta trồng một số cây cột xung quanh vườn để chằng dây làm hàng rào. Biết rằng 2 cây cột cách nhau không quá 5 m và 4 góc vườn đều phải có các cây cột. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu cây cột?

Câu 3 (6,0 điểm).

1. Cho tam giác đều ABC . Lấy D trên cạnh AC, E trên cạnh AB sao cho BD cắt CE tại P và diện tích của tứ giác $ADPE$ bằng diện tích của tam giác BPC .

a) Chứng minh hai tam giác AEC và BDC có diện tích bằng nhau.

b) Tính góc \widehat{BPE} .

2. Cho tam giác ABC vuông tại A , có đường cao AD và phân giác trong BE cắt nhau tại I ($D \in BC, E \in CA$). Đường thẳng qua I và song song với BC cắt AB và AC lần lượt tại G và F . Chứng minh rằng

a) $\widehat{GBI} = \widehat{GIB}$.

b) $AE = CF$.

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho x, y, z là các số nguyên dương thỏa mãn $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$.

a) Chứng minh rằng xy chia hết cho z, yz chia hết cho x và zx chia hết cho y .

b) Giả sử thêm rằng $\frac{xy}{z}$ là số chính phương, chứng minh $\frac{yz}{x}$ và $\frac{zx}{y}$ cũng là các số chính phương.

Câu 5 (3,0 điểm).

Có 5 tấm thẻ, trên mỗi thẻ ghi một số nguyên dương (các số này có thể giống nhau). An chọn 2 tấm thẻ bất kì trong 5 thẻ đó và tính tổng của 2 số trên 2 tấm thẻ vừa chọn.

a) Hỏi An có thể thu được bao tối đa bao nhiêu kết quả khác nhau?

b) Giả sử kết quả của tất cả các tổng An tính đều thuộc tập hợp $\{41; 52; 63\}$. Hỏi số lớn nhất trong các số được ghi trên các tấm thẻ là bao nhiêu?