SỞ GDĐT TỈNH ĐỒNG NAI
ĐỀ CHÍNH THỨC
(*Đề có 04 trang*)

**KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025**
**Môn: TOÁN**
*Thời gian làm bài 90 phút; không kể thời gian phát đề*

**Họ và tên thí sinh:**…….
**Số báo danh:** …….

**Mã đề thi 0103**

**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

**Câu 1.** Cho một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là $Q_1$, $Q_2$ và $Q_3$. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó là

**A.** $\Delta Q = Q_1 - Q_3$. **B.** $\Delta Q = Q_3 - Q_2$. **C.** $\Delta Q = Q_2 - Q_1$. **D.** $\Delta Q = Q_3 - Q_1$.

**Câu 2.** Gọi $V$ là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$ trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ quanh trục $Ox$. Khi đó $V$ bằng

**A.** $\pi\int_0^2 e^x dx$. **B.** $\int_0^2 |e^x| dx$. **C.** $\pi\int_0^2 e^{2x} dx$. **D.** $\int_0^2 e^{2x} dx$.

**Câu 3.** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 9^x$ là

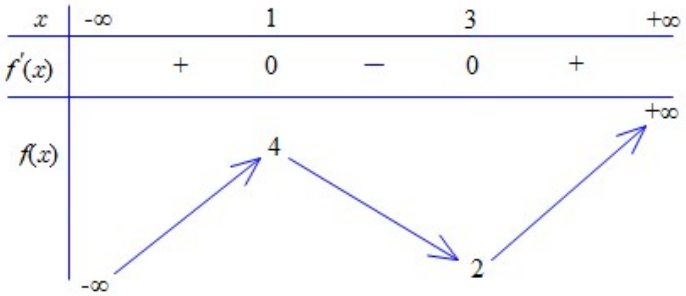
**A.** $\dfrac{9^{x+1}}{x+1} + C$. **B.** $\dfrac{9^x}{\ln 9} + C$. **C.** $9^{x-1} + C$. **D.** $9^x.\ln 9 + C$.

**Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R = 4$ là

**A.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. **B.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

**C.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$. **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

**Câu 5.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau




Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 6.** Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

**A.** 9. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 8.

**Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ có phương trình $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z}{4}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$?

**A.** $\vec{u}_1(2;-1;4)$. **B.** $\vec{u}_2(2;1;4)$. **C.** $\vec{u}_3(1;-3;0)$. **D.** $\vec{u}_4(-1;3;0)$.

**Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng $(SAC)$?

**A.** $SB$. **B.** $BD$. **C.** $AB$. **D.** $CD$.

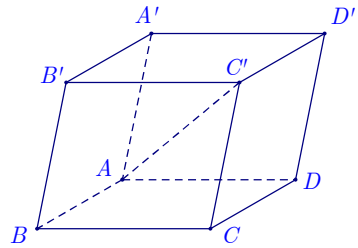
**Câu 9.** Tập hợp các nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x-2} \geq \dfrac{4}{9}$ là

**A.** $[0;+\infty)$. **B.** $[4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0]$. **D.** $(-\infty;4]$.

**Câu 10.** Cho cấp số cộng $(u_n)$ có $u_6=3$ và $u_7=9$. Công sai $d$ của cấp số cộng đã cho bằng

**A.** 6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 27.

**Câu 11.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình bên)
Phát biểu nào sau đây đúng?



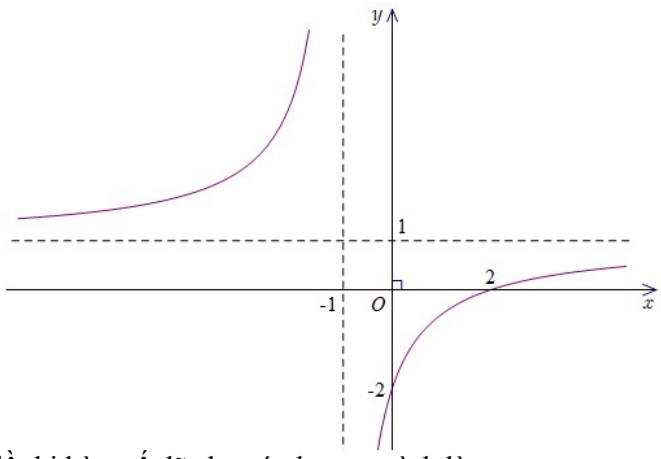

**A.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

**B.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AD'}$.

**C.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB'}$.

**D.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

**Câu 12.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ (với $c\neq 0, ad-bc\neq 0$) có đồ thị như hình dưới đây




Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

**A.** $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $x=1$.

**PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.** Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số $f(x)=e^{-2x}+2x-1$.

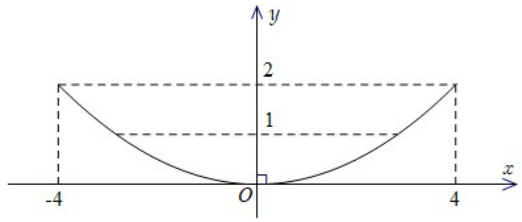
**a)** $f(2)=3+e^{-4}$, $f(-1)=e^2-3$.

**b)** $f'(x)=-e^{-2x}+2$.

**c)** $f'(x)=0$ có đúng một nghiệm trên đoạn $[-1;2]$.

**d)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng $3+e^{-4}$.

**Câu 2.** Hai hồ bơi được nối với nhau bởi một con kênh dài 200 m, rộng 8 m (là khoảng cách giữa hai mép bờ kênh), sâu 2 m (tính từ điểm thấp nhất của đáy kênh đến mặt đất chứa hai bờ kênh). Mặt cắt đứng của con kênh được mô hình hóa bởi một phần parabol có phương trình $y=ax^2+bx+c$ (với $a>0$); xét mặt phẳng chứa parabol đó với hệ trục tọa độ $Oxy$, đơn vị mỗi trục tọa độ là mét, trục $Ox$ tiếp xúc với parabol đó, trục $Oy$ vuông góc với mặt đất, chứa trục đối xứng của parabol đó và có chiều dương hướng lên trời (xem hình minh họa ở dưới).




**a)** Parabol đó đi qua điểm $(4;2)$ và có đỉnh $O(0;0)$.

**b)** Parabol đó có phương trình $y=\dfrac{x^2}{8}$.

**c)** Diện tích mặt cắt của con kênh bằng $\dfrac{16}{3}$ $\text{m}^2$.

**d)** Vào mùa hè, mực nước trong kênh cao $1$ m (tính từ điểm thấp nhất của đáy kênh đến mặt nước). Lượng nước trong kênh vào mùa hè bằng $754$ $\text{m}^3$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 3.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là kilômét), mặt phẳng $(Oxy)$ là mặt đất, chiều dương của trục $Oz$ hướng lên trời, một khinh khí cầu bắt đầu chuyến bay từ điểm $A(-1;18;0,5)$, nó bay theo một đường thẳng với vận tốc không đổi và sau một giờ đến điểm $B(31;42;0,5)$. Tại thời điểm khinh khí cầu bắt đầu bay, một máy bay cỡ nhỏ ở điểm $C(15;18;0,1)$ bắt đầu bay theo đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x=15-80t \\ y=18+60t\,(t\in\mathbb{R}) \\ z=0,1+4t \end{cases}$, trong đó $t\geq 0$ được tính bằng giờ.

**a)** $AB=40$.

**b)** Đường thẳng $AB$ có phương trình $\begin{cases} x=32-s \\ y=24+18s\,(s\in\mathbb{R}) \\ z=0,5s \end{cases}$.

**c)** Hai đường thẳng $AB$ và $d$ cắt nhau tại điểm $H(7;24;0,5)$.

**d)** Khi máy bay bay đến điểm $H$ thì máy bay và khinh khí cầu cách nhau $6$ km.

**Câu 4.** Một công ty sản xuất xe đạp điện, thống kê tất cả các phản ánh của khách hàng sử dụng sản phẩm của họ, công ty thấy có $5\%$ số xe đạp điện bị lỗi động cơ điện; công ty đã dùng thiết bị kiểm tra để kiểm tra động cơ điện trước khi lắp ráp, thiết bị này khi kiểm tra các động cơ bị lỗi thì phát hiện đúng $98\%$ động cơ bị lỗi, khi kiểm tra các động cơ không bị lỗi thì xác định sai $3\%$ động cơ với kết quả báo bị lỗi nhưng hoạt động bình thường. Chọn ngẫu nhiên một chiếc xe đạp điện để kiểm tra. Gọi các biến cố *E*: "xe đạp điện được chọn bị lỗi động cơ điện", *F*: "động cơ điện của xe đạp điện được chọn qua kiểm tra thiết bị xác định bị lỗi".

**a)** $P(E)=0,05$.

**b)** $P(F\mid\overline{E})=0,97$.

**c)** Xác suất kiểm tra báo lỗi là $0,0725$.

**d)** Biết động cơ chiếc xe được chọn đã được kiểm tra và báo bị lỗi, khi đó xác suất để chiếc xe này bị lỗi động cơ điện là $\dfrac{98}{155}$.

**PHẦN III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

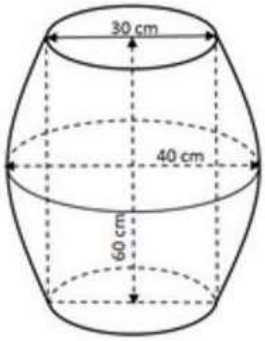
**Câu 1.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $20$ cm. và $SA \perp (ABCD)$, $SB = 25$ cm. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $SC$ và $BD$ bằng bao nhiêu centimét? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 2.** Sự phát triển chiều cao của một cây tre trong $8$ tuần được mô tả bởi hàm số bậc ba dạng $h(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ (mét), trong đó $t \in [0;8]$ là thời gian tính bằng tuần tại thời điểm cuối tuần, $h(t)$ là chiều cao của cây tre tại thời điểm cuối tuần thứ $t$ và tính bằng mét. Dữ liệu đo được về chiều cao và tốc độ tăng trưởng của cây tre đó như sau:

| | | |
|---|---|---|
| $t$ là thời gian (tuần) | 0 | 4 |
| $h(t)$ là chiều cao (m) | 0 | 2 |
| $h'(t)$ là tốc độ tăng trưởng (m/tuần) | 0 | 0,75 |

Chiều cao của cây tre đó tại thời điểm cuối tuần thứ $8$ là bao nhiêu mét?

**Câu 3.** Một thùng đựng hoá chất có dạng khối tròn xoay, hai đáy là hai hình tròn có đường kính $30$ cm, trục đối xứng là đường thẳng đi qua tâm và vuông góc hai đáy, chiều cao thùng $60$ cm (là khoảng cách giữa hai tâm của hai đáy), mặt cắt vuông góc với trục đối xứng là hình tròn có đường kính lớn nhất $40$ cm, mặt phẳng chứa trục đối xứng cắt mặt ngoài của thùng tạo thành hai biên là hai phần của hai parabol (xem hình bên). Hỏi thể tích của thùng đựng hoá chất đó bằng bao nhiêu lít (biết độ dày vỏ thùng không đáng kể, kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?




**Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$ và ba điểm $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;-2)$. Góc giữa đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(ABC)$ bằng bao nhiêu độ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

**Câu 5.** Thống kê chiều cao (đơn vị centimét) các học sinh của lớp $12$ A được số liệu ở bảng sau:

| Chiều cao học sinh | [155;160) | [160;165) | [165;170) | [170;175) | [175;180) |
|---|---|---|---|---|---|
| Số học sinh | 4 | 6 | 6 | 7 | 5 |

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

**Câu 6.** Một hộ kinh doanh sản xuất hai loại sản phẩm, gồm sản phẩm thường và sản phẩm cao cấp. Mỗi sản phẩm thực hiện hai công đoạn là lắp ráp và hoàn thiện, có tối đa $12$ giờ cho mỗi công đoạn. Mỗi sản phẩm thường cần $1$ giờ lắp ráp và $2$ giờ hoàn thiện, mỗi sản phẩm cao cấp cần $2$ giờ lắp ráp và $1$ giờ hoàn thiện. Hộ kinh doanh sản xuất tối đa $7$ sản phẩm mỗi ngày. Biết mỗi sản phẩm thường, mỗi sản phẩm cao cấp cho lợi nhuận lần lượt là $2$ triệu đồng, $3$ triệu đồng. Hỏi mỗi ngày, hộ kinh doanh đó thu được lợi nhuận nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ sản xuất các sản phẩm trên?

**HẾT**

## ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN TÌM LỜI GIẢI

**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.D | 2.C | 3.B | 4.D | 5.B | 6.A | 7.A | 8.B | 9.D | 10.A |
| 11.D | 12.C | | | | | | | | |

**Câu 1.** Cho một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là $Q_1$, $Q_2$ và $Q_3$. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó là

**A.** $\Delta Q = Q_1 - Q_3$. **B.** $\Delta Q = Q_3 - Q_2$. **C.** $\Delta Q = Q_2 - Q_1$. **D.** $\Delta Q = Q_3 - Q_1$.

**Hướng dẫn:** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $\Delta Q = Q_3 - Q_1$. Chọn D.

**Câu 2.** Gọi $V$ là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$ trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ quanh trục $Ox$. Khi đó $V$ bằng

**A.** $\pi\int_0^2 e^x dx$. **B.** $\int_0^2 |e^x| dx$. **C.** $\pi\int_0^2 e^{2x} dx$. **D.** $\int_0^2 e^{2x} dx$.

**Hướng dẫn:** Khối tròn xoay đã cho có thể tích bằng $\pi\int_0^2 \left(e^x\right)^2 dx = \pi\int_0^2 e^{2x} dx$. Chọn C.

**Câu 3.** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 9^x$ là

**A.** $\dfrac{9^{x+1}}{x+1} + C$. **B.** $\dfrac{9^x}{\ln 9} + C$. **C.** $9^{x-1} + C$. **D.** $9^x.\ln 9 + C$.

**Hướng dẫn:** Áp dụng công thức nguyên hàm của hàm số mũ, ta có nguyên hàm của hàm số $f(x) = 9^x$ là $\dfrac{9^x}{\ln 9} + C$. Chọn B.

Cách 2: Ta có $\left(\dfrac{9^x}{\ln 9}\right)' = \dfrac{\left(9^x\right)'}{\ln 9} = \dfrac{9^x.\ln 9}{\ln 9} = 9^x = f(x)$. Vậy nguyên hàm của hàm số $f(x) = 9^x$ là $\dfrac{9^x}{\ln 9} + C$.

Chọn B.

Kiểm tra tương tự các phương án trả lời khác đều không thoả mãn.

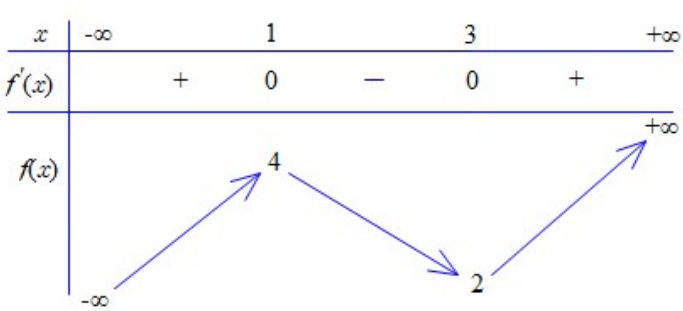
**Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R = 4$ là

**A.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. **B.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

**C.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$. **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

**Hướng dẫn:** Phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R = 4$ là $(x-1)^2 + [y-(-2)]^2 + (z-3)^2 = 4^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Chọn D.

**Câu 5.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Hướng dẫn:** Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 2. Chọn B.

**Câu 6.** Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=3$ là

**A.** 9. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 8.

**Hướng dẫn:** Ta có $\log_2(x-1)=3 \Leftrightarrow x-1=2^3 \Leftrightarrow x=9$. Chọn A.

**Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ có phương trình $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z}{4}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$?

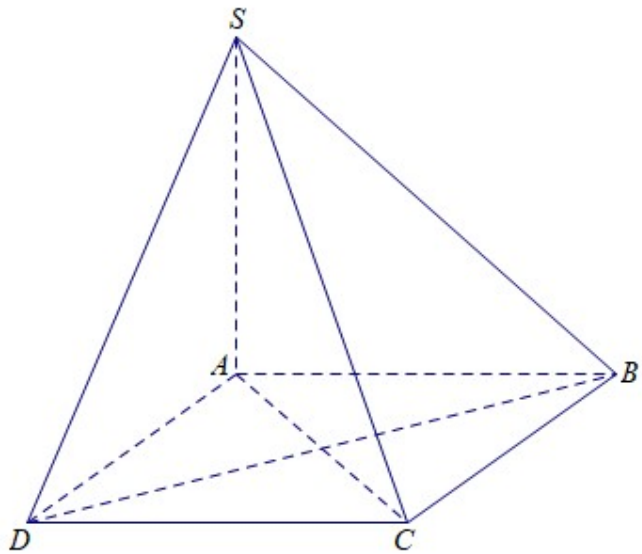
**A.** $\vec{u}_1(2;-1;4)$. **B.** $\vec{u}_2(2;1;4)$. **C.** $\vec{u}_3(1;-3;0)$. **D.** $\vec{u}_4(-1;3;0)$.

**Hướng dẫn:** Vì $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z}{4}$ nên một vectơ chỉ phương của $d$ là $\vec{u}_1(2;-1;4)$. Chọn A.

**Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA\perp(ABCD)$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng $(SAC)$?

**A.** $SB$. **B.** $BD$. **C.** $AB$. **D.** $CD$.

**Hướng dẫn:** Ta có $BD\perp AC$ (hai đường chéo của hình vuông $ABCD$) và $BD\perp SA$ (vì $SA\perp(ABCD)$). Vậy $BD\perp(SAC)$. Chọn B.




**Câu 9.** Tập hợp các nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}\ge\frac{4}{9}$ là

**A.** $[0;+\infty)$. **B.** $[4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0]$. **D.** $(-\infty;4]$.

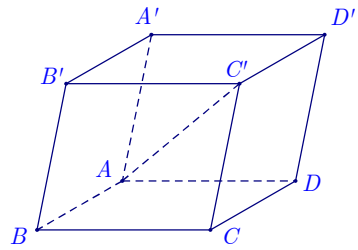
**Hướng dẫn:** Ta có $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}\ge\frac{4}{9}\Leftrightarrow\left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}\ge\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\Leftrightarrow x-2\le 2\Leftrightarrow x\le 4$. Chọn D.

**Câu 10.** Cho cấp số cộng $(u_n)$ có $u_6=3$ và $u_7=9$. Công sai $d$ của cấp số cộng đã cho bằng

**A.** 6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 27.

**Hướng dẫn:** Vì cấp số cộng $(u_n)$ có $u_6=3$ và $u_7=9$. nên có công sai $d=u_7-u_6=9-3=6$. Chọn A.

**Câu 11.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình bên) Phát biểu nào sau đây đúng?




**A.** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

**B.** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD'}$.

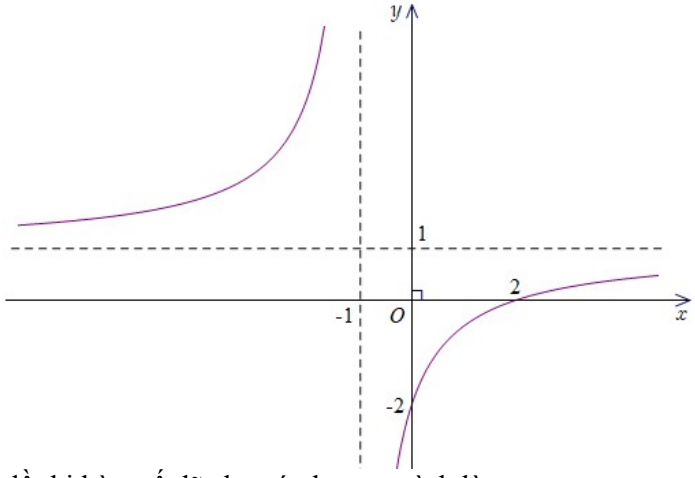
**C.** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB'}$.

**D.** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

**Hướng dẫn:** Vì $AA'B'B, AB'C'C$ là các hình bình hành (do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp). nên áp dụng quy tắc hình bình hành ta có

$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \left(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB}\right) + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$. Chọn D.

**Câu 12.** Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ (với $c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình dưới đây




Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

**A.** $y = -1$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = 1$. **D.** $x = 1$.

**Hướng dẫn:** Từ đồ thị hàm số đã cho ta thấy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là $y = 1$. Chọn C.

**PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.** Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

| Câu | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| a) | Đ | Đ | Đ | Đ |
| b) | S | Đ | S | S |
| c) | Đ | S | Đ | S |
| d) | S | Đ | Đ | Đ |

**Câu 1.** Cho hàm số $f(x) = e^{-2x} + 2x - 1$.

**a)** $f(2) = 3 + e^{-4}, f(-1) = e^2 - 3$.

**b)** $f'(x) = -e^{-2x} + 2$.

**c)** $f'(x) = 0$ có đúng một nghiệm trên đoạn $[-1;2]$.

**d)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng $3 + e^{-4}$.

**Hướng dẫn:** Ta có $f(x) = e^{-2x} + 2x - 1$.

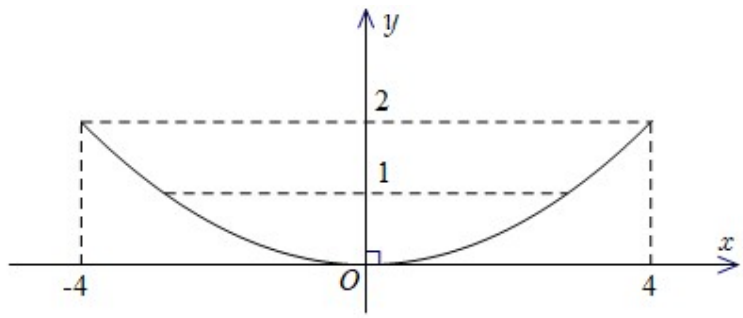
Nên $f(2) = e^{-2.2} + 2.2 - 1 = e^{-4} + 3, f(-1) = e^{-2(-1)} + 2(-1) - 1 = e^2 - 3$. a **đúng**.

Ta có $f'(x)=\left(e^{-2x}+2x-1\right)'=\left(e^{-2x}\right)'+2.x'-1'=e^{-2x}\left(-2x\right)'+2.1+0=-2.e^{-2x}+2.$ b **sai**.

$f'(x)=0\Leftrightarrow -2.e^{-2x}+2=0\Leftrightarrow e^{-2x}=1=e^{0}\Leftrightarrow -2x=0\Leftrightarrow x=0.$ c **đúng**.

$f(0)=e^{-2.0}+2.0-1=0.$ Mà $e^{2}-3>e^{-4}+3>0.$ Vậy $\max\limits_{[-1;2]} f(x)=e^{2}-3.$ d **sai**.

**Câu 2.** Hai hồ bơi được nối với nhau bởi một con kênh dài 200 m, rộng 8 m (là khoảng cách giữa hai mép bờ kênh), sâu 2 m (tính từ điểm thấp nhất của đáy kênh đến mặt đất chứa hai bờ kênh). Mặt cắt đứng của con kênh được mô hình hóa bởi một phần parabol có phương trình $y=f(x)=ax^{2}+bx+c$ (với $a>0$); xét mặt phẳng chứa parabol đó với hệ trục tọa độ $Oxy$, đơn vị mỗi trục tọa độ là mét, trục $Ox$ tiếp xúc với parabol đó, trục $Oy$ vuông góc với mặt đất, chứa trục đối xứng của parabol đó và có chiều dương hướng lên trời (xem hình minh họa ở dưới).




**a)** Parabol đó đi qua điểm $(4;2)$ và có đỉnh $O(0;0)$.

**b)** Parabol đó có phương trình $y=f(x)=\dfrac{x^{2}}{8}$.

**c)** Diện tích mặt cắt của con kênh bằng $\dfrac{16}{3}$ m$^{2}$.

**d)** Vào mùa hè, mực nước trong kênh cao 1 m (tính từ điểm thấp nhất của đáy kênh đến mặt nước). Lượng nước trong kênh vào mùa hè bằng 754 m$^{3}$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Hướng dẫn:** Từ hình vẽ thì parabol đó đi qua điểm $(4;2)$ và có đỉnh $O(0;0)$. a **đúng**.

Parabol đó có phương trình $y=f(x)=ax^{2}+bx+c$ đi qua điểm $(4;2)$ và có đỉnh $O(0;0)$

nên $2=a.4^{2}+b.4+c, 0=a.0^{2}+b.0+c, \dfrac{-b}{2a}=0\Rightarrow b=c=0, a=\dfrac{1}{8}$. b **đúng**.

Mặt cắt của con kênh là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^{2}}{8}$, $y=2$ và hai đường thẳng $x=-4, x=4$ nên diện tích bằng $\int\limits_{-4}^{4}\left|\dfrac{x^{2}}{8}-2\right|dx=\int\limits_{-4}^{4}\left(2-\dfrac{x^{2}}{8}\right)dx=\left(2x-\dfrac{x^{3}}{24}\right)\Bigg|_{-4}^{4}=\dfrac{32}{3}$ m$^{2}$.

c **sai**.

$\dfrac{x^{2}}{8}=1\Leftrightarrow x^{2}=8\Leftrightarrow x=\pm 2\sqrt{2}.$ Lượng nước trong kênh vào mùa hè bằng

$200\int\limits_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}}\left|\dfrac{x^{2}}{8}-1\right|dx=200\int\limits_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}}\left(1-\dfrac{x^{2}}{8}\right)dx=200\left(x-\dfrac{x^{3}}{24}\right)\Bigg|_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}}=\dfrac{1600\sqrt{2}}{3}\approx 754$ m$^{3}$. d **đúng.**

**Câu 3.** Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là kilômét), mặt phẳng $(Oxy)$ là mặt đất, chiều dương của trục $Oz$ hướng lên trời, một khinh khí cầu bắt đầu chuyến bay từ điểm $A(-1;18;0,5)$, nó bay theo một đường thẳng với vận tốc không đổi và sau một giờ đến điểm $B(31;42;0,5)$. Tại thời điểm khinh khí cầu bắt đầu bay, một máy bay cỡ nhỏ ở

điểm $C(15;18;0,1)$ bắt đầu bay theo đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x = 15 - 80t \\ y = 18 + 60t \left(t \in \mathbb{R}\right), \\ z = 0,1 + 4t \end{cases}$

trong đó $t \geq 0$ được tính bằng giờ.

**a)** $AB = 40$.

**b)** Đường thẳng $AB$ có phương trình $\begin{cases} x = 32 - s \\ y = 24 + 18s \left(s \in \mathbb{R}\right). \\ z = 0,5s \end{cases}$

**c)** Hai đường thẳng $AB$ và $d$ cắt nhau tại điểm $H(7;24;0,5)$.

**d)** Khi máy bay bay đến điểm $H$ thì máy bay và khinh khí cầu cách nhau 6 km.

**Hướng dẫn:** Ta có $A(-1;18;0,5), B(31;42;0,5) \Rightarrow AB = \sqrt{\left[31-(-1)\right]^2 + (42-18)^2 + (0,5-0,5)^2} = 40$.

a **đúng**.

Đường thẳng $AB$ có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = \left(31-(-1);42-18;0,5-0,5\right) = (32;24;0)$

và đi qua điểm $A(-1;18;0,5)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = -1 + 32s \\ y = 18 + 24s \left(s \in \mathbb{R}\right). \\ z = 0,5 \end{cases}$ b **sai.**

Xét hệ phương trình $\begin{cases} 15 - 80t = -1 + 32s \\ 18 + 60t = 18 + 24s \\ 0,1 + 4t = 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = -1 + 32s \\ 24 = 18 + 24s \\ t = 0,1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 0,25 \\ t = 0,1 \end{cases} \Rightarrow H(7;24;0,5)$.

c **đúng**.

Sau khi bắt đầu bay với thời gian $t = 0,1$ giờ thì máy bay từ $C$ tới điểm $H(7;24;0,5)$.

Vận tốc của khinh khí cầu $40$ km/giờ nên sau khi bắt đầu bay với thời gian $s = t = 0,1$ giờ thì khinh khí cầu bay từ $A$ tới điểm $D(2,2;20,4;0,5)$

nên $HD = \sqrt{(7-2,2)^2 + (24-20,4)^2 + (0,5-0,5)^2} = 6$ km. d **đúng**.

**Câu 4.** Một công ty sản xuất xe đạp điện, thống kê tất cả các phản ánh của khách hàng sử dụng sản phẩm của họ, công ty thấy có $5\%$ số xe đạp điện bị lỗi động cơ điện; công ty đã dùng thiết bị kiểm tra để kiểm tra động cơ điện trước khi lắp ráp, thiết bị này khi kiểm tra các động cơ bị lỗi thì phát hiện đúng $98\%$ động cơ bị lỗi, khi kiểm tra các động cơ không bị lỗi thì xác định sai $3\%$ động cơ với kết quả báo bị lỗi nhưng hoạt động bình thường. Chọn ngẫu nhiên một chiếc xe đạp điện để kiểm tra. Gọi các biến cố $E$: "xe đạp điện được chọn bị lỗi động cơ điện", $F$: "động cơ điện của xe đạp điện được chọn qua kiểm tra thiết bị xác định bị lỗi".

**a)** $P(E) = 0,05$.

**b)** $P(F \mid \overline{E}) = 0,97$.

**c)** Xác suất kiểm tra báo lỗi là $0,0725$.

**d)** Biết động cơ chiếc xe được chọn đã được kiểm tra và báo bị lỗi, khi đó xác suất để chiếc xe này bị lỗi động cơ điện là $\frac{98}{155}$.

**Hướng dẫn:** Vì công ty thống kê tất cả các phản ánh của khách hàng sử dụng sản phẩm, thấy có $5\%$ số xe đạp điện bị lỗi động cơ điện nên $P(E) = 5\% = 0,05 \Rightarrow P(\overline{E}) = 1 - P(E) = 0,95$. a **đúng**.

Vì khi kiểm tra các động cơ không bị lỗi thì xác định sai $3\%$ động cơ báo bị lỗi nhưng hoạt động bình thường nên $P\left(F\mid\overline{E}\right)=3\%=0,03$. Tương tự $P\left(F\mid E\right)=98\%=0,98$. b **sai**.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$P\left(F\right)=P\left(E\right).P\left(F\mid E\right)+P\left(\overline{E}\right).P\left(F\mid\overline{E}\right)=0,05.0,98+0,95.0,03=0,0775$. c **sai**.

Áp dụng công thức Bayes ta có $P\left(E\mid F\right)=\dfrac{P\left(E\right).P\left(F\mid E\right)}{P\left(F\right)}=\dfrac{0,05.0,98}{0,0775}=\dfrac{98}{155}$. d **đúng**.

**PHẦN III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

| **Câu** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Đáp án** | **6,63** | **4** | **63,8** | **5** | **11,1** | **19** |

**Câu 1.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $20$ cm. và $SA\perp\left(ABCD\right)$, $SB=25$ cm.Khoảng cách giữa hai đường thẳng $SC$ và $BD$ bằng bao nhiêu centimét? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Hướng dẫn:** Gọi $O$ là tâm hình vuông $ABCD$, vẽ $OH\perp SC, AK\perp SC$, với $H,K\in SC$.

Ta có $SA\perp\left(ABCD\right)\Rightarrow SA\perp BD$, mà $AC\perp BD$ (hai đường chéo của hình vuông $ABCD$).

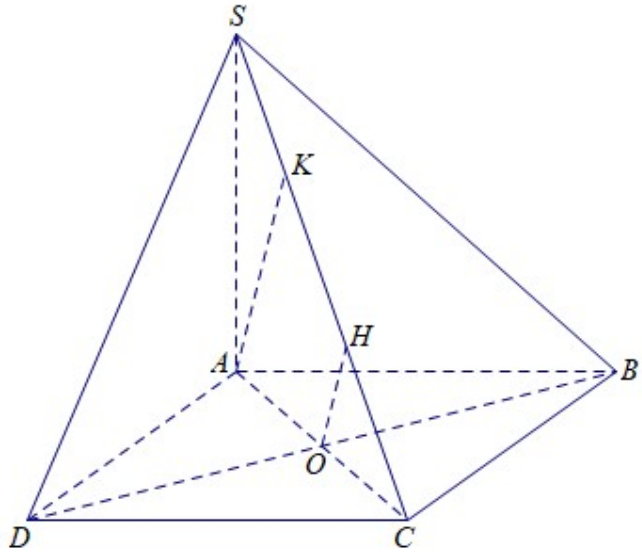
Nên $BD\perp\left(SAC\right)\Rightarrow BD\perp OH\Rightarrow d\left(SC,BD\right)=OH=\dfrac{AK}{2}$ (vì $OH$ // $AK$ và $O$ là trung điểm của $AC$)

$\Delta SAC$ vuông tại $A$ có đường cao $AK$ nên $AK=\dfrac{AS.AC}{\sqrt{AS^2+AC^2}}$.

Mà $\Delta SAB$ vuông tại $A$ có $AS=\sqrt{SB^2-AB^2}=\sqrt{25^2-20^2}=15$ (cm).

$AC=AB\sqrt{2}=20\sqrt{2}$ (cm).

$d\left(SC,BD\right)=\dfrac{AK}{2}=\dfrac{15.20\sqrt{2}}{2.\sqrt{15^2+\left(20\sqrt{2}\right)^2}}\approx 6,63$ (cm). Đáp số **6,63**



**Câu 2.** Sự phát triển chiều cao của một cây tre trong $8$ tuần được mô tả bởi hàm số bậc ba dạng $h(t)=at^3+bt^2+ct+d$ (mét), trong đó $t\in[0;8]$ là thời gian tính bằng tuần tại thời điểm cuối tuần, $h(t)$ là chiều cao của cây tre tại thời điểm cuối tuần thứ $t$ và tính bằng mét. Dữ liệu đo được về chiều cao và tốc độ tăng trưởng của cây tre đó như sau:

| | | |
|---|---|---|
| $t$ là thời gian (tuần) | 0 | 4 |
| $h(t)$ là chiều cao (m) | 0 | 2 |
| $h'(t)$ là tốc độ tăng trưởng (m/tuần) | 0 | 0,75 |

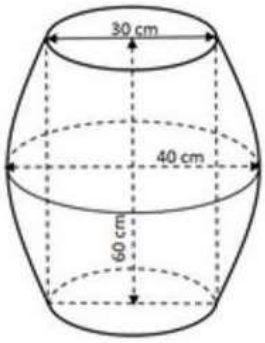
Chiều cao của cây tre đó tại thời điểm cuối tuần thứ $8$ là bao nhiêu mét?

**Hướng dẫn:** Ta có $h(t)=at^3+bt^2+ct+d\Rightarrow h'(t)=3at^2+2bt+c.$ Từ bảng dữ liệu về chiều cao và tốc độ tăng trưởng của cây tre đó ta có $\begin{cases}h(0)=0\\h(4)=2\\h'(0)=0\\h'(4)=0,75\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}d=0\\64a+16b+4c+d=2\\c=0\\48a+8b+c=0,75\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{-1}{64}\\b=\dfrac{3}{16}\\c=d=0\end{cases}$

Vậy $h(t)=\dfrac{-t^3}{64}+\dfrac{3t^2}{16}$. Nên chiều cao của cây tre đó tại thời điểm cuối tuần thứ $8$ là $h(8)=4$.

Đáp số **4**

**Câu 3.** Một thùng đựng hoá chất có dạng khối tròn xoay, hai đáy là hai hình tròn có đường kính $30$ cm, trục đối xứng là đường thẳng đi qua tâm và vuông góc hai đáy, chiều cao thùng $60$ cm (là khoảng cách giữa hai tâm của hai đáy), mặt cắt vuông góc với trục đối xứng là hình tròn có đường kính lớn nhất $40$ cm, mặt phẳng chứa trục đối xứng cắt mặt ngoài của thùng tạo thành hai biên là hai phần của hai parabol (xem hình bên). Hỏi thể tích của thùng đựng hoá chất đó bằng bao nhiêu lít (biết độ dày vỏ thùng không đáng kể, kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

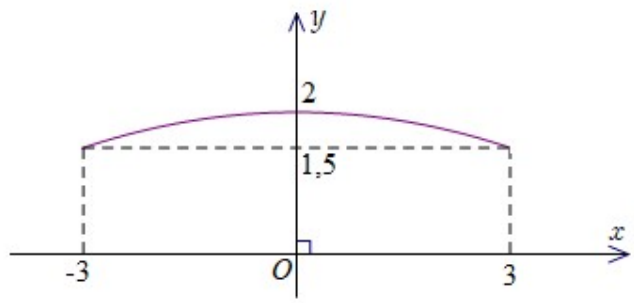



**Hướng dẫn:** Ta có $30\text{ cm}=3\text{ dm}, 60\text{ cm}=6\text{ dm}, 40\text{ cm}=4\text{ dm}.$ Xét mặt phẳng chứa trục đối xứng cắt mặt ngoài của thùng tạo thành hai biên là hai phần của hai parabol với hệ trục tọa độ $Oxy$, đơn vị mỗi trục tọa độ là dm, trục $Ox$ chứa trục đối xứng của thùng, trục $Oy$ đi qua đỉnh của parabol (chỉ chọn phần parabol nằm phía trên trục hoành) (xem hình minh họa ở dưới). Gọi parabl đó có phương trình $y=ax^2+bx+c, a<0,$ theo giả thiết, parabol đi qua điểm $\left(3;\dfrac{3}{2}\right)$ và có đỉnh $(0;2)$ nên $\dfrac{3}{2}=a.3^2+b.3+c, 2=a.0^2+b.0+c, \dfrac{-b}{2a}=0\Rightarrow b=0, c=2, a=\dfrac{-1}{18}.$

Vậy parabl đó có phương trình $y=\frac{-x^2}{18}+2$. Thể tích của thùng bằng thể tích của khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng giới hạn bởi parabol đó, trục hoành và hai đường thẳng $x=-3, x=3$ quay quanh $Ox$ bằng

$$\pi\int_{-3}^{3}\left(\frac{-x^2}{18}+2\right)^2 dx=\pi\int_{-3}^{3}\left(\frac{x^4}{324}-\frac{2x^2}{9}+4\right)dx=\pi\left(\frac{x^5}{1620}-\frac{2x^3}{27}+4x\right)\Bigg|_{-3}^{3}=\frac{203\pi}{10}\approx 63,8 \text{ (lít)}.$$

Đáp số **63,8**




**Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ có phương trình $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{3}$ và ba điểm $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;-2)$. Góc giữa đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(ABC)$ bằng bao nhiêu độ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

**Hướng dẫn:** Vì $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{3}$ nên $d$ có một có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;3)$.

Vì $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;-2)$ nên $(ABC)$ có phương trình

$\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{-2}=1 \Leftrightarrow 2x+y-2z-4=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;-2)$.

$$\sin(d,(ABC))=\frac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}||\vec{n}|}=\frac{|2.2+1.1+3.(-2)|}{\sqrt{2^2+1^2+3^2}\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}}=\frac{\sqrt{14}}{42}.$$ Vậy $(d,(ABC))\approx 5^o$.

Đáp số **5**

**Câu 5.** Thống kê chiều cao (đơn vị centimét) các học sinh của lớp 12 A được số liệu ở bảng sau:

| Chiều cao học sinh | [155;160) | [160;165) | [165;170) | [170;175) | [175;180) |
|---|---|---|---|---|---|
| Số học sinh | 4 | 6 | 6 | 7 | 5 |

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

**Hướng dẫn:** Ta có cỡ của mẫu số liệu đã cho là $N=28$, nên $\frac{N}{4}=7$, $\frac{3N}{4}=21$.

Suy ra nhóm chứa $Q_1$ là $[160;165)$ và nhóm chứa $Q_3$ là $[170;175)$. Do đó

$$Q_1=160+\frac{7-4}{6}\cdot 5=162,5 \text{ và } Q_3=170+\frac{21-16}{7}\cdot 5=\frac{1215}{7}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta Q=Q_3-Q_1=\frac{155}{14}\approx 11,1$.

Đáp số **11,1**

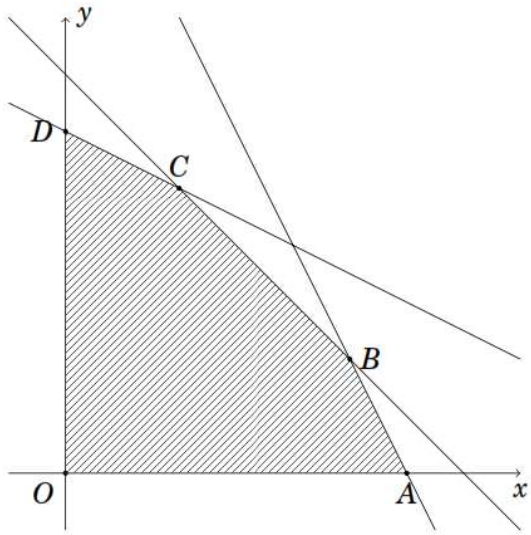
**Câu 6.** Một hộ kinh doanh sản xuất hai loại sản phẩm, gồm sản phẩm thường và sản phẩm cao cấp. Mỗi sản phẩm thực hiện hai công đoạn là lắp ráp và hoàn thiện, có tối đa $12$ giờ cho mỗi công đoạn. Mỗi sản phẩm thường cần $1$ giờ lắp ráp và $2$ giờ hoàn thiện, mỗi sản phẩm cao cấp cần $2$ giờ lắp ráp và $1$ giờ hoàn thiện. Hộ kinh doanh sản xuất tối đa $7$ sản phẩm mỗi ngày. Biết mỗi sản phẩm thường, mỗi sản phẩm cao cấp cho lợi nhuận lần lượt là $2$ triệu đồng, $3$ triệu đồng. Hỏi mỗi ngày, hộ kinh doanh đó thu được lợi nhuận nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ sản xuất các sản phẩm trên?

**Hướng dẫn:** Gọi $x, y$ lần lượt là số lượng sản phẩm thường và sản phẩm cao cấp được sản xuất mỗi Ngày ( $x, y \in \mathbb{N}$ ). Các điều kiện của bài toán là

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 7 \\ x + 2y \leq 12 \\ 2x + y \leq 12. \end{cases} \quad \text{(I)}$$

Lợi nhuận thu được mỗi ngày của hộ kinh doanh đó là $L(x;y) = 2x + 3y$ (triệu đồng).

Biểu diễn miền nghiệm hệ (I):




Miền nghiệm của hệ (I) là miền ngũ giác $OABCD$, với $A(6;0)$, $B(5;2)$, $C(2;5)$ và $D(0;6)$.

Ta có $L(O) = 0, L(A) = 12, L(B) = 16, L(C) = 19, L(D) = 18$.

Do đó, mỗi ngày, để thu được lợi nhuận cao nhất, sản xuất $2$ sản phẩm thường và $5$ sản phẩm cao cấp và lợi nhuận thu được là $19$ (triệu đồng). Đáp số **19**