

HƯỚNG DẪN - GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$ là

A. $\frac{7^{x+1}}{x+1} + C.$

B. $\frac{7^x}{\ln 7} + C.$

C. $\frac{7^x}{x} + C.$

D. $x \cdot 7^{x-1} + C.$

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức ta có $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C.$

Câu 2: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 0, x = 1$ và $x = 3$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_1^3 x^4 dx.$

B. $\pi \int_1^3 x^2 dx.$

C. $3 \int_1^3 x dx.$

D. $\int_1^3 x^4 dx.$

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tìm thể tích khối tròn xoay, thể tích cần tìm là: $\pi \int_1^3 x^4 dx.$

Câu 3: Một mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

Nhóm	Tần số
$[25;35)$	10
$[35;45)$	7
$[45;55)$	5
$[55;65)$	9
$[65;75)$	9
	$n = 40$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

A. 15,19.

B. 15,16.

C. 15,18.

D. 15,17.

Lời giải

Chọn D

Ta có bảng thống kê sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[25;35)$	30	10
$[35;45)$	40	7
$[45;55)$	50	5
$[55;65)$	60	9

$[65; 75)$	70	9
		$n = 40$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{30.10 + 40.7 + 50.5 + 60.9 + 70.9}{40} = 50$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$s^2 = \frac{10.(30-50)^2 + 7.(40-50)^2 + 5.(50-50)^2 + 9.(60-50)^2 + 9.(70-50)^2}{40} = 230$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là: $s = \sqrt{230} \approx 15,17$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua $M(1;2;1)$ và $N(3;1;-2)$ là

A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$.

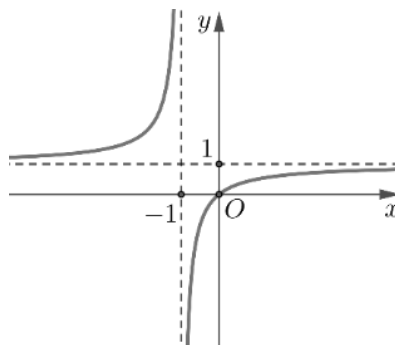
D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có đường thẳng MN đi qua $M(1;2;1)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{MN} = (2; -1; -3)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($ad-bc \neq 0$; $c \neq 0$) có đồ thị như sau:



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

A. $y = 1$.

B. $y = -1$.

C. $x = 1$.

D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta thấy đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là $y = 1$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(2x-1) < \log_5(x+2)$ là

A. $S = (3; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 3)$.

C. $S = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$.

D. $S = (-2; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}.$

Ta có: $\log_5(2x-1) < \log_5(x+2) \Leftrightarrow 2x-1 < x+2 \Leftrightarrow x < 3.$

Kết hợp điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\frac{1}{2} < x < 3.$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+2y-z-2=0$ cắt trục hoành tại điểm có tọa độ

- A.** $(1;2;-1).$ **B.** $(0;0;2).$ **C.** $(2;0;0).$ **D.** $(0;2;0).$

Lời giải

Chọn C

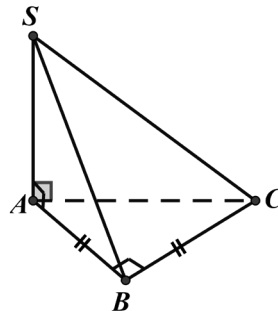
Cho $y=0$ và $z=0$ ta có: $(P): x+2.0-0-2=0 \Leftrightarrow x=2.$ Do đó mặt phẳng $(P): x+2y-z-2=0$ cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(2;0;0).$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh B , $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A.** $a\sqrt{3}.$ **B.** $a.$ **C.** $\frac{a}{2}.$ **D.** $a\sqrt{2}.$

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB) \Rightarrow d(C, SAB) = CB = BA = a.$

Câu 9: Nghiệm phương trình $3^{x-2} = 81$ là

- A.** $x=2.$ **B.** $x=6.$ **C.** $x=4.$ **D.** $x=9.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^{x-2} = 81 \Leftrightarrow x-2=4 \Leftrightarrow x=6.$

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2=5$, $u_5=17$. Công sai d của cấp số cộng là

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} u_2 = 5 \\ u_5 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 5 \\ u_1 + 4d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 4 \end{cases}.$$

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 4$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{AA'}|$?

A. $4\sqrt{2}$.

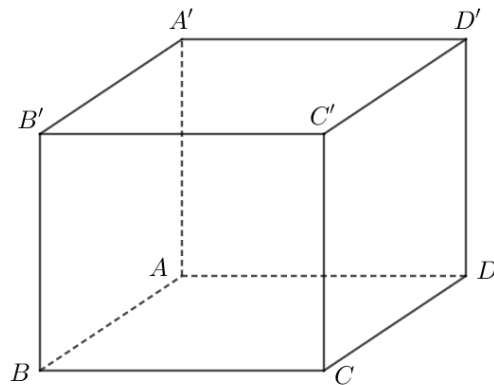
B. $2\sqrt{10}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. $4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{AA'}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BB'}| = |\overrightarrow{AC'}| = AC' = AB\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; +\infty)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

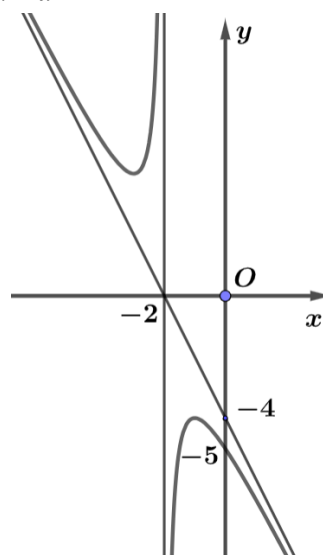
Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a, b, c, d**, ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = ax + b + \frac{c}{x+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ sau:



- a) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.
 b) Giá trị $f(0) = -5$.
 c) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x - 4$.
 d) Hàm số đã cho là $y = -2x - 4 - \frac{2}{x+2}$.

Lời giải

a) **Đúng**

Dựa vào đồ thị ta thấy tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2 \Leftrightarrow x + 2 = 0$ suy ra $d = 2$.

b) **Đúng**

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị đi qua điểm $C(0; -5)$ nên $f(0) = -5$.

c) **Sai**

Dựa vào đồ thị ta thấy tiệm cận xiên là đường thẳng $y = ax + b$ và đi qua hai điểm

$$A(-2; 0), B(0; -4) \text{ nên ta có hệ } \begin{cases} -2a + b = 0 \\ b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -4 \end{cases}.$$

Suy ra tiệm cận xiên là đường thẳng $y = -2x - 4$.

d) **Đúng.**

Từ các dữ kiện trên ta có $y = -2x - 4 + \frac{c}{x+2}$ mà $f(0) = -5$ suy ra $c = -2$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có dạng $y = -2x - 4 - \frac{2}{x+2}$.

Câu 2: Trên đường quốc lộ, một ô tô đang di chuyển với vận tốc $12,5 \text{ m/s}$. Cùng lúc, một đoàn tàu chạy cùng hướng và song song với đường quốc lộ với vận tốc $\frac{50}{3} \text{ m/s}$. Khi ô tô cách đuôi tàu 100 mét thì ô tô bắt đầu tăng tốc với vận tốc $v(t) = 2,5t + b \text{ (m/s)}$, với t là thời gian kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc. Khi ô tô đạt đến vận tốc tối đa cho phép 25 m/s thì ô tô giữ nguyên vận tốc.



- a) Giá trị của b bằng $12,5$.
 b) Thời gian ô tô đạt vận tốc tối đa cho phép là 5 giây.
 c) Sau 5 giây kể từ khi ô tô tăng tốc, ô tô đi được quãng đường nhỏ hơn quãng đường của tàu đi được.
 d) Thời gian ô tô bắt kịp đuôi tàu kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc là 15,75 giây.

Lời giải

a) **Đúng**

$v(t) = 2,5t + b(m/s)$. Tại thời điểm $t = 0$, vận tốc của ô tô là $v(0) = 12,5(m/s)$
 $\Rightarrow 12,5 = 2,5.0 + b \Rightarrow b = 12,5$.

b) Đúng

Khi ô tô đạt vận tốc tối đa ta có: $25 = 2,5t + 12,5 \Leftrightarrow t = 5(s)$.

c) Sai

Quãng đường ô tô đi được sau 5 giây là: $s_{oto} = \int_0^5 (2,5t + 12,5) dt = \frac{375}{4}(m) = 93,75(m)$.

Quãng đường tàu đi được sau 5 giây là: $s_{tau} = \frac{50}{3}.5 = \frac{250}{3}(m) = 83,33(m)$.

Vậy $s_{oto} > s_{tau}$

d) Đúng

Gọi t là thời gian kể từ khi ô tô bắt đầu tăng tốc đến khi bắt kịp tàu

Vì sau 5 giây thì ô tô đạt vận tốc tối đa và giữ nguyên tốc độ này nên:

Quãng đường ô tô đi được là: $s_{oto} = \int_0^5 (2,5t + 12,5) dt + 25(t - 5)(m) = 25t - 31,25$

Quãng đường tàu đi được là: $s_{tau} = \frac{50}{3}t$.

Ô tô bắt kịp tàu khi $s_{oto} = 100 + s_{tau} \Leftrightarrow 25t - 31,25 = 100 + \frac{50}{3}t \Leftrightarrow \frac{25}{3}t = 131,25 \Leftrightarrow t = 15,75(s)$

Câu 3: Khảo sát 200 người xem bộ phim hoạt hình về thể loại trinh thám vừa được phát hành cho thấy 140 người xem là trẻ em và 60 người xem là người lớn. Trong số các trẻ em đến xem phim có 50% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ đi xem tiếp phần 2; 30% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 20% còn lại không thích bộ phim và không xem tiếp phần 2. Trong số những người lớn đi xem phim có 20% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ đi xem tiếp phần 2; 10% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 70% còn lại không thích bộ phim và không xem tiếp phần 2.

Gọi A là biến cố: "Người được chọn là trẻ em".

B là biến cố: "Người được chọn yêu thích bộ phim".

C là biến cố: "Người được chọn sẽ đi xem tiếp phần 2".

Chọn ngẫu nhiên 1 người đã xem phim..

a) $P(A) = 0,7; P(\bar{A}) = 0,3$.

b) $P(B|A) = 0,56$.

c) Biết người đó sẽ xem tiếp phần 2 của bộ phim, xác suất để người đó là trẻ em lớn hơn 0,85.

d) Biết người đó yêu thích bộ phim, xác suất để người đó không xem tiếp phần 2 là 0,37 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Ta có $P(A) = 0,7; P(\bar{A}) = 0,3$.

$P((B \cap C)|A) = 0,5; P((B \cap \bar{C})|A) = 0,3; P((\bar{B} \cap \bar{C})|A) = 0,2$.

$$P((B \cap C) | \bar{A}) = 0,2; P((B \cap \bar{C}) | \bar{A}) = 0,1; P((\bar{B} \cap \bar{C}) | \bar{A}) = 0,7$$

a) Đúng.

Ta có $P(A) = 0,7; P(\bar{A}) = 0,3$.

b) Sai.

Ta có $P(B | A) = P((B \cap C) | A) + P((B \cap \bar{C}) | A) = 0,5 + 0,3 = 0,8$.

c) Đúng.

Biết người đó sẽ xem tiếp phần 2 của bộ phim, xác suất để người đó là trẻ em là $P(A | C)$.

Áp dụng công thức Bayes ta có: $P(A | C) = \frac{P(A).P(C | A)}{P(C)}$.

Mà $P(C | A) = 1 - P(\bar{C} | A) = 1 - 0,5 = 0,5$ và $P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - 0,59 = 0,41$.

Vậy $P(A | C) = \frac{0,7.0,5}{0,41} = \frac{35}{41} > 0,85$

d) Đúng.

Biết người đó yêu thích bộ phim, xác suất để người đó không xem tiếp phần 2 là $P(\bar{C} | B)$.

Ta có $P(\bar{C} | B) = \frac{P(\bar{C} \cap B)}{P(B)}$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(\bar{C} \cap B) = P(A)P((\bar{C} \cap B) | A) + P(\bar{A})P((\bar{C} \cap B) | \bar{A}) = 0,7.0,3 + 0,3.0,1 = 0,24.$$

Ta có $P(B | A) = P((B \cap C) | A) + P((B \cap \bar{C}) | A) = 0,5 + 0,3 = 0,8$.

$$P(B | \bar{A}) = P((B \cap C) | \bar{A}) + P((B \cap \bar{C}) | \bar{A}) = 0,2 + 0,1 = 0,3.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A).P(B | A) + P(\bar{A}).P(B | \bar{A}) = 0,7.0,8 + 0,3.0,3 = 0,65.$$

Vậy $P(\bar{C} | B) = \frac{P(\bar{C} \cap B)}{P(B)} = \frac{0,24}{0,65} = 0,37$.

Một cách khác cho câu này

c) + Số người lớn và trẻ em xem tiếp phần 2 là: $140.0,5 + 60.0,2 = 82$

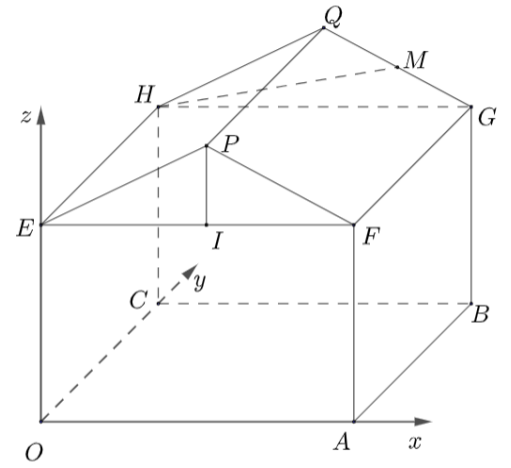
+ Do đó: $P(A | C) = \frac{70}{82} \approx 0,8537$

d) + Tổng số người yêu thích phim là: $140.0,8 + 40.0,3 = 130$

+ Tổng số người yêu thích phim nhưng không đi xem phần 2 là: $140.0,3 + 60.0,1 = 48$

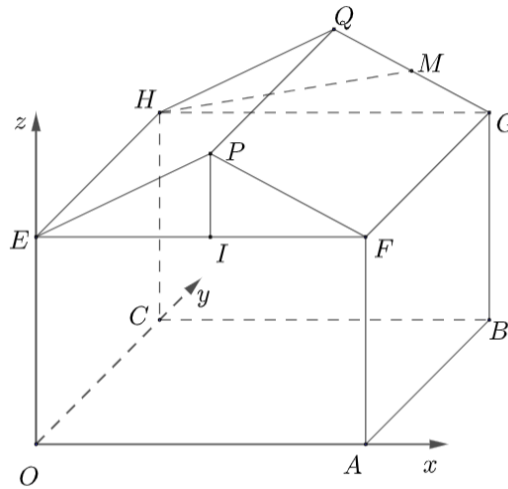
Do đó: $P(C | B) = \frac{48}{130} \approx 0,37$

Câu 4: Một kho chứa hàng có hình dạng là khối đa diện $OAFPECBGQH$, trong đó $OABCEFGH$ là một khối hộp chữ nhật, EFP là tam giác cân tại P , tam giác HGQ cân tại Q và bằng tam giác EFP . Biết $OA = 4m$; $AB = 6m$; $HC = 5m$; độ dốc của mái nhà, tức là số đo góc nhị diện $[Q, FG, H]$ bằng 45° . Người ta mô hình hóa nhà kho bằng cách chọn hệ trục tọa độ tương ứng như hình vẽ bên (đơn vị trên mỗi trục là $1m$).



- Tọa độ của $\overrightarrow{PQ}$ là $(0;6;0)$.
- Tọa độ của điểm G là $(6;4;5)$.
- Chiều cao kho hàng tức là khoảng cách từ nóc nhà (điểm cao nhất của nóc nhà) và sàn nhà bằng $7m$.
- Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm M của GQ và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O . Người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến E rồi từ E đến H và từ H đến M . Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $11 + \sqrt{10} m$.

Lời giải



a) Đúng

Ta có $A(4;0;0)$, $B(4;6;0)$, $C(0;6;0)$, $H(0;6;5)$.

Vì P, Q có cùng cao độ và hoành độ, $PQ = AB = 6m$ nên $\overrightarrow{PQ} = (0;6;0)$

b) Sai

Ta có $A(4;0;0)$, $B(4;6;0)$, $C(0;6;0)$, $H(0;6;5)$.

Suy ra $G(4;6;5)$.

c) Đúng

Gọi I là trung điểm của EF . Vì $\triangle EFP$ cân tại P nên PI là đường cao.

Khoảng cách giữa nóc nhà và sàn nhà là $PI + FA = PI + 5(m)$

Vì $QG \perp FG, HG \perp FG$ nên số đo góc nhị diện $[Q, FG, H]$ là $\widehat{QGH} = 45^\circ$. Suy ra $\widehat{PFE} = 45^\circ$. Suy ra $\triangle EFP$ vuông cân tại P . Suy ra $PI = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2}.4 = 2(m)$

Vậy khoảng cách giữa nóc nhà và sàn nhà là $7m$.

d) Đúng

Xét $\triangle QHG$ vuông cân tại Q có $HQ = QG = \frac{HG}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}(m)$.

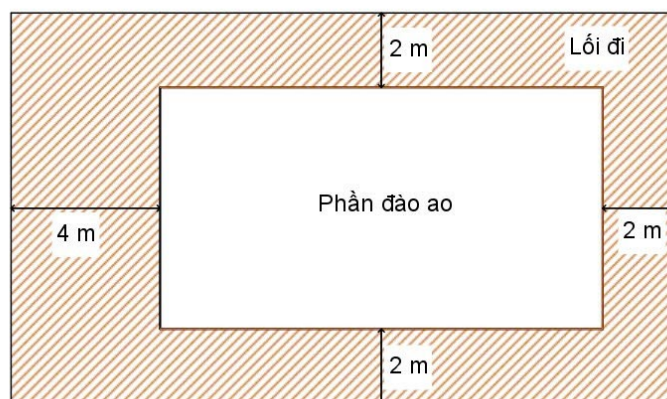
Gọi M là trung điểm của GQ suy ra $QM = \sqrt{2}(m)$.

Xét $\triangle QHM$ vuông tại Q có $HM^2 = QM^2 + HQ^2$ suy ra $HM = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{10}(m)$.

Suy ra độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $OE + EH + HM = 5 + 6 + \sqrt{10} = 11 + \sqrt{10}(m)$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một gia đình dự định sử dụng một mảnh đất hình chữ nhật trong vườn có diện tích $384m^2$ để làm kinh tế gia đình. Sau khi bờ bên trái được trừ đi $4m$, 3 bờ còn lại đều trừ $2m$ dùng làm lối đi và trồng cây thì diện tích còn lại được sử dụng để đào một cái ao dạng hình hộp chữ nhật có chiều sâu $2m$ để thả cá (như hình vẽ). Khi thể tích của ao thả cá là lớn nhất thì chu vi mảnh vườn hình chữ nhật là bao nhiêu?



Lời giải

+ Gọi $x, y, (x, y > 0)$ là độ dài 2 cạnh của mảnh đất hình chữ nhật. Theo giả thiết:

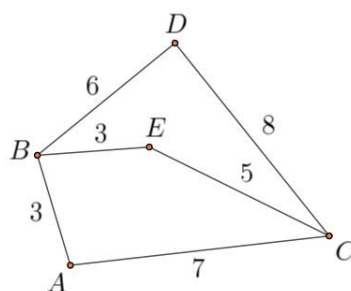
+ Theo giả thiết: $xy = 384$. Khi đó: $V_{ao} = (x - 4)(y - 6).2 = (x - 4)\left(\frac{384}{x} - 6\right).2$

+ Sử dụng khảo sát hàm hoặc bất đẳng thức AM-GM ta được: $V_{ao} \leq 432$. Suy ra: Thể tích ao lớn nhất bằng 432 khi hình chữ nhật có kích 16×24 . Vậy chu vi là: $80(m)$

Đáp số: 80.

Câu 2: Mạng lưới giao thông ở một thành phố được mô phỏng như hình vẽ bên dưới, trong đó A, B, C, D, E là các điểm nút giao thông, số ghi trên mỗi cạnh trong hình vẽ là khoảng cách

giữa hai điểm đầu và cuối của con đường đó (đơn vị là km). Một khách du lịch muốn đi tham quan thành phố bằng cách xuất phát từ một vị trí bất kì trong các điểm nút A, B, C, D, E . Hỏi quãng đường ngắn nhất để hành khách đi hết các con đường và trở về vị trí xuất phát là bao nhiêu km ?



Lời giải

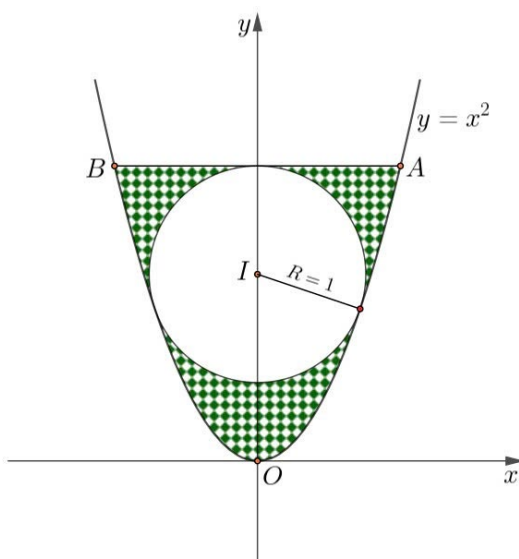
+ Để đi hết các con đường (ngắn nhất) thì du khách chỉ có thể xuất phát từ B và kết thúc tại C hoặc xuất phát từ C và kết thúc tại B (do đồ thị chỉ có 2 đỉnh này bậc lẻ).

+ Yêu cầu bài toán lúc này trở thành: Tìm đường đi ngắn nhất để trở về điểm xuất phát, suy ra cần đi: $B \rightarrow E \rightarrow C$ hoặc $C \rightarrow E \rightarrow B$, tuy nhiên nó đều có khoảng cách bằng $8km$.

Vậy quãng đường ngắn nhất có độ dài là: $32 + 8 = 40km$.

Đáp số: 40.

Câu 3: Một khoảng sân của một ngôi nhà có hình dạng là một phần của parabol, nếu chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ bên dưới thì parabol có phương trình là $y = x^2$. Chủ nhà muốn thiết kế một hồ nuôi cá cảnh có dạng hình tròn bán kính $1m$, hình tròn được thiết kế tiếp xúc với 2 nhánh của parabol, phía trên của hình tròn ngăn bởi một bức tường mỏng tiếp xúc với hình tròn. Phần đất còn lại của khoảng sân giới hạn bởi đường tròn, 2 nhánh của parabol và bức tường được thiết kế trồng hoa (phần gạch sọc trong hình). Tính diện tích mà chủ nhà thiết kế để trồng hoa, biết rằng đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

$$+ \text{Gọi } I(0, y_0) \text{ suy ra: } (C): x^2 + (y - y_0)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = y_0 + \sqrt{1 - x^2} \\ y = y_0 - \sqrt{1 - x^2} \end{cases}$$

+ Do *Parabol* luôn tiếp xúc nửa dưới của đường tròn nên ta có

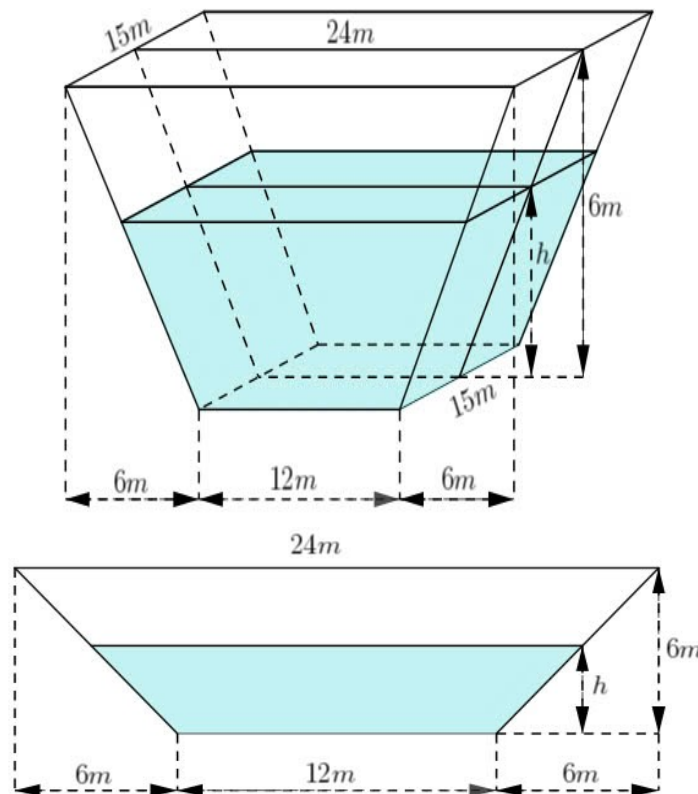
$$\begin{cases} y_0 - \sqrt{1 - x^2} = x^2 \\ (y_0 - \sqrt{1 - x^2})' = (x^2)' \end{cases} \Rightarrow x^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow y_0 = \frac{5}{4}$$

$$+ (AB) \text{ có phương trình: } y = \frac{9}{4} \text{ và } A\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right), B\left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right)$$

$$\text{Khi đó: Diện tích cần tìm là: } S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(\frac{9}{4} - x^2 \right) dx - 1^2 \cdot \pi \approx 1,36.$$

Đáp số: 1,36.

Câu 4: Một bể chứa nước có mặt đáy và miệng bể đều là hình chữ nhật nằm trên 2 mặt phẳng song song với nhau, miệng bể có chiều ngang 15m và chiều dài 24m, đáy bể có kích thước 15m x 12m. Độ sâu của bể nước (tính từ miệng đến đáy) là 6m, mặt cắt vuông góc với chiều ngang của bể có hình dạng là hình thang cân (như hình vẽ). Lúc đầu bể không có nước, người ta sử dụng một máy bơm để bơm nước vào bể với tốc độ 50m³ trong một phút. Vào lúc mực nước đúng 5m thì tốc độ dâng lên của mực nước trong bể là bao nhiêu m trên một phút? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Gọi h là mực nước của bể tại thời điểm t phút ($h, t > 0$, h đơn vị là m). Suy ra: Thể tích nước lúc đó là: $V = \frac{h(12+12+2h)}{2} \cdot 15 = 15h(12+h)(m^3)$

Mặt khác: Theo giả thiết về tốc độ bơm nước thì lúc đó thể tích là: $V = 50.t(m^3)$

$$\text{Do đó: } 15h(12+h) = 50t \Rightarrow h^2 + 12h + 36 = \frac{10}{3}t + 36 \Rightarrow h = \sqrt{\frac{10}{3}t + 36} - 6$$

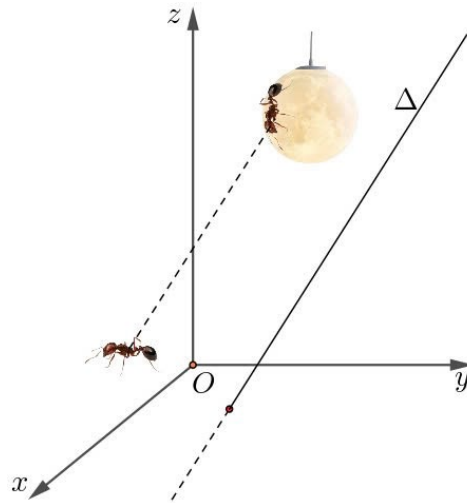
$$\text{Tại } h = 5(m) \text{ thì } t = \frac{1}{50} \cdot 15 \cdot 5(12+5) = \frac{51}{2} \text{ phút}$$

Tốc độ dâng của mực nước tại lúc mực nước đúng $5m$ là:

$$h'(t) = \frac{5}{3\sqrt{\frac{10}{3}t + 36} - 6} \Rightarrow h'\left(\frac{51}{2}\right) \approx 0,15(m / \text{phut})$$

Đáp số: 0,15.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục Oxyz, giả sử mặt đất trùng với mặt phẳng (Oxy). Một bóng đèn trang trí dạng khối cầu có tâm $I(-1; 2; 4)$ và bán kính R được treo cố định lên trần nhà (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là m). Một con kiến bò tùy ý trên bóng đèn và một con kiến khác bò tùy ý trên mặt đất, giả sử vectơ tạo bởi tọa độ vị trí của 2 con kiến luôn cùng phương với đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{2}$ (coi mỗi con kiến là một điểm). Biết lúc 2 con kiến gần nhau nhất có khoảng cách bằng $\frac{57}{10}(m)$. Bán khối cầu có độ dài bao nhiêu cm .



Lời giải

