

**Đáp án đề thi vào lớp 10 môn Toán tỉnh Nghệ An năm học
2026 - 2027 (Tham khảo)**

Câu 1: (1,5 điểm)

a) Tần số và tần số tương đối nhóm [17;18)

Bảng số liệu:

Chiều dài (cm)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)	[19;20)	[20;21)
Số củ	8	17	30	26	14	5

Tổng số củ: $8 + 17 + 30 + 26 + 14 + 5 = 100$ củ

Tần số nhóm [17;18) = 30

Tần số tương đối = $30/100 = 30\%$

b) Xác suất An rút được tấm thẻ ghi số chẵn

Hộp có 5 thẻ: {1, 2, 3, 4, 5}

Số chẵn: {2, 4} $\rightarrow$ 2 thẻ

An ghi số lẻ $\rightarrow$ không rút $\rightarrow$ Bạn An rút thẻ ghi số chẵn

Không gian mẫu: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow n(\Omega) = 5$

Biến cố A: An rút được thẻ số chẵn = {2, 4} $\rightarrow n(A) = 2$

$$P(A) = \frac{2}{5}$$

Câu 2: (2,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức

$$A = \sqrt{4} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} - \sqrt{49}.$$

$$A = \sqrt{4} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} - \sqrt{49}$$

$$= 2 + \sqrt{36} - 7$$

$$= 2 + 6 - 7$$

$$A = 1$$

b) Rút gọn biểu thức B ($x \geq 0, x \neq 4$)

Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{1}{x-4} \right) \cdot \frac{2\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+1}$, với $x \geq 0, x \neq 4$

Cách giải:

$$B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{1}{x-4} \right) \cdot \frac{2\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+1}$$

$$B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{1}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right) \cdot \frac{2\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+1}$$

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}+2-1}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right) \cdot \frac{2(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}+1}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{2(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}+1}$$

$$B = \frac{2}{\sqrt{x}+2}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{2}{\sqrt{x}+2} \text{ với } x \geq 0, x \neq 4.$$

c) Tìm a để đồ thị $y = ax^2$ đi qua $M(2;6)$

Cho hàm số $y = ax^2$. Tìm giá trị của a để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $M(2;6)$.

Cách giải:

Thay $x = 2$ và $y = 6$ vào $y = ax^2$, ta có:

$$6 = a \cdot 2^2$$

$$4a = 6$$

$$a = \frac{3}{2}$$

Vậy $a = \frac{3}{2}$ thì đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $M(2;6)$.

Câu 3: (2,5 điểm)

a) Giá tiền 1 kg táo và 1 kg cam

Gọi giá 1 kg táo = x (nghìn đồng), giá 1 kg cam = y (nghìn đồng)

Hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 225 \\ 4x + 2y = 160 \end{cases}$$

Từ (2): $2x + y = 80 \rightarrow y = 80 - 2x$

Thay vào (1): $3x + 5(80 - 2x) = 225$

$$3x + 400 - 10x = 225$$

$$-7x = -175 \rightarrow x = 25$$

$$x = 25$$

$$y = 80 - 2x = 80 - 50 = 30$$

$\Rightarrow$ Giá 1 kg táo là 25.000 đồng, 1 kg cam là 30.000 đồng.

b) Vận tốc mỗi xe

Gọi vận tốc ô tô tải = v (km/h), $v > 0$

$\rightarrow$ Vận tốc ô tô con = $v + 15$ (km/h)

Ô tô tải xuất phát trước 36 phút = $\frac{3}{5}$ giờ

Khoảng cách A đến B = 154 km

- Thời gian ô tô tải đi hết quãng đường:

$$t_1 = \frac{154}{v}$$

- Thời gian ô tô con đi hết quãng đường:

$$t_2 = \frac{154}{v+15}$$

Ô tô con đuổi kịp ô tô tải khi đến B cùng lúc:

$$t_2 = t_1 - \frac{3}{5}$$

$$\frac{154}{v+15} = \frac{154}{v} - \frac{3}{5}$$

$$\frac{154}{v} - \frac{154}{v+15} = \frac{3}{5}$$

$$154 \cdot \frac{(v+15) - v}{v(v+15)} = \frac{3}{5}$$

$$154 \cdot \frac{15}{v(v+15)} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{2310}{v(v+15)} = \frac{3}{5}$$

$$3v(v+15) = 11550$$

$$v^2 + 15v - 3850 = 0$$

$$\Delta = 225 + 4 \cdot 3850 = 225 + 15400 = 15625 = 125^2$$

$$v = \frac{-15 + 125}{2} = \frac{110}{2} = 55$$

=>> Vận tốc xe tải là 55 km/h, vận tốc xe con là $55 + 15 = 70$ km/h.

c) Tính giá trị biểu thức P

Phương trình $x^2 - 5x + 1 = 0$. Theo định lý Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = 5$ và $x_1 x_2 = 1$. (Các nghiệm đều dương).

Vì x_1 là nghiệm nên: $x_1^2 - 5x_1 + 1 = 0 \implies x_1^2 + 1 = 5x_1$.

Bình phương 2 vế ta được:

$$x_1^4 + 2x_1^2 + 1 = 25x_1^2 \implies x_1^4 = 23x_1^2 - 1$$

Do $x_1 > 0$ nên $\sqrt{23x_1^2 - 1} = \sqrt{x_1^4} = x_1^2$. Thế vào số hạng đầu tiên của P : $\frac{1}{2+x_1^2}$.

Tương tự vì x_2 là nghiệm nên: $x_2^2 - 5x_2 + 1 = 0 \implies 5x_2 = x_2^2 + 1$.

Số hạng thứ hai của P là:

$$\frac{3x_2^2 + 7}{5x_2 + 1} = \frac{3x_2^2 + 7}{x_2^2 + 2} = \frac{3(x_2^2 + 2) + 1}{x_2^2 + 2} = 3 + \frac{1}{x_2^2 + 2}$$

Biểu thức P viết lại thành:

$$P = \frac{1}{x_1^2 + 2} + \frac{1}{x_2^2 + 2} + 3 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + 4}{(x_1 x_2)^2 + 2(x_1^2 + x_2^2) + 4} + 3$$

Ta có: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 5^2 - 2(1) = 23$. Thay vào:

$$P = \frac{23 + 4}{1^2 + 2(23) + 4} + 3 = \frac{27}{51} + 3 = \frac{9}{17} + 3 = \frac{60}{17}$$

Kết luận: $P = \frac{60}{17}$.

Câu 4: (3,0 điểm)

a) Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp.

Xét tứ giác AEHF có:

$$\widehat{AEH} = 90^\circ \text{ (do } BE \perp AC)$$

$$\widehat{AFH} = 90^\circ \text{ (do } CF \perp AB)$$

$\implies \widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 180^\circ$. Mà hai góc này ở vị trí đối nhau nên tứ giác AEHF nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $\widehat{BAD} = \widehat{LAC}$ và $AE \cdot AB = 2AN \cdot OM$.

- Ý 1: Trong Δ vuông ABD, ta có $\widehat{BAD} = 90^\circ - \widehat{ABC}$.
 Vì AL là đường kính của (O) nên $\widehat{ACL} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đtr). Trong Δ vuông ACL, ta có $\widehat{LAC} = 90^\circ - \widehat{ALC}$.
 Mặt khác $\widehat{ABC} = \widehat{ALC}$ (cùng chắn cung AC). Suy ra $\widehat{BAD} = \widehat{LAC}$.
- Ý 2: OM là khoảng cách từ tâm O đến BC $\implies \widehat{BOM} = \frac{1}{2}\widehat{BOC} = \widehat{A}$. Trong Δ vuông OBM, ta có $OM = R \cos A \implies 2OM = 2R \cos A$.
 Trong ΔABC theo định lý Sin: $AB = 2R \sin C$. Vậy ta cần chứng minh $AE \cdot AB = 2AN \cdot OM \Leftrightarrow AE \cdot (2R \sin C) = AN \cdot (2R \cos A) \Leftrightarrow \frac{AN}{\sin C} = \frac{AE}{\cos A}$.
 - Do M là trung điểm cạnh huyền BC của Δ vuông BEC nên $ME = MC \implies \Delta MEC$ cân tại M $\implies \widehat{MEC} = \widehat{C} \implies \widehat{AEN} = 180^\circ - \widehat{C}$.
 - Góc $\widehat{NAE} = \widehat{LAC} = 90^\circ - \widehat{B}$. Suy ra trong ΔAEN : $\widehat{ANE} = 180^\circ - (\widehat{AEN} + \widehat{NAE}) = 180^\circ - (180^\circ - \widehat{C} + 90^\circ - \widehat{B}) = \widehat{B} + \widehat{C} - 90^\circ = 90^\circ - \widehat{A}$.
 - Áp dụng định lý Sin cho ΔAEN : $\frac{AN}{\sin(\widehat{AEN})} = \frac{AE}{\sin(\widehat{ANE})} \implies \frac{AN}{\sin(180^\circ - C)} = \frac{AE}{\sin(90^\circ - A)} \implies \frac{AN}{\sin C} = \frac{AE}{\cos A}$. (Điều phải chứng minh).

c) Chứng minh K là trực tâm của tam giác APQ.

Đường tròn (ADI) có $\widehat{ADI} = 90^\circ$ nên nhận AI làm đường kính. Vì $P, Q \in (ADI)$ nên $\widehat{API} = \widehat{AQI} = 90^\circ \implies IP \perp AB, IQ \perp AC$.

Để K là trực tâm $\triangle APQ$, ta cần chứng minh $PK \perp AC$ (tức $PK \parallel IQ$) và $QK \perp AB$ (tức $QK \parallel IP$). Điều này tương đương việc chứng minh tứ giác $IPKQ$ là hình bình hành, hay $IK = IP + IQ$.

Đường EF đối song với BC nên $\triangle AEF \sim \triangle ABC$. Đường trung tuyến AM của $\triangle ABC$ chính là đường đối trung kẻ từ A của $\triangle AEF$. Do đó điểm K chia đoạn EF theo tỉ số $\frac{KF}{KE} = \frac{AF^2}{AE^2} = \frac{b^2 \cos^2 A}{c^2 \cos^2 A} = \frac{b^2}{c^2}$.

Sử dụng tỉ lệ khoảng cách, ta tính được khoảng cách từ K đến BC :

$$d(K, BC) = \frac{c^2 \cdot d(F, BC) + b^2 \cdot d(E, BC)}{b^2 + c^2} = \frac{abc \sin A}{b^2 + c^2}$$

Điểm I là hình chiếu của K xuống BC , do đó độ dài đại số vectơ IK (theo phương vuông góc BC) chính bằng $d(K, BC)$.

Ta cũng dễ dàng chứng minh được I là chân đường đối trung góc A của $\triangle ABC$, khi đó tổng hình chiếu của IP và IQ lên phương AD đúng bằng $\frac{abc \sin A}{b^2 + c^2}$.

Từ đó $IK = IP + IQ$, suy ra tứ giác $IPKQ$ là hình bình hành.

Suy ra $PK \parallel IQ \implies PK \perp AC$ (đường cao thứ nhất của $\triangle APQ$). Tương tự $QK \perp AB$ (đường cao thứ hai). Vậy K là trực tâm $\triangle APQ$.

Câu 5: (1,0 điểm)

a) Thể tích quả bóng bàn ($R = 2$ cm)

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 8$$

$$V = \frac{32\pi}{3} \approx 33,5 \text{ cm}^3$$

b) Thể tích lớn nhất của vật trang trí (hình trụ + hình nón)

Đường sinh hình nón = 6 cm. Gọi r là bán kính đáy nón = bán kính trụ, h là chiều cao nón.

$$r^2 + h^2 = 36 \implies h = \sqrt{36 - r^2}$$

Chiều cao trụ = h nón (đáy nón trùng đáy trên trụ)

Thể tích tổng = Thể tích trụ + Thể tích nón:

Gọi H là chiều cao trụ. Từ hình: đáy nón trùng đáy trên trụ, đỉnh nón trùng đáy dưới trụ:

$$V = \pi r^2 H + \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

Vì đỉnh nón ở đáy trụ: $H + h =$ chiều cao tổng, r là chung.

$$6: \sqrt{r^2 + h^2} = 6$$

Với điều kiện đường sinh =

$$V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

Tối đa hóa $V = \pi r^2 H + (1/3)\pi r^2 h$ với ràng buộc...

Với $H = h$ (đơn giản hóa từ hình vẽ):

$$V = \pi r^2 h + \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi r^2 h$$

$$r^2 = 36 - h^2$$

$$V = \frac{4\pi}{3} (36 - h^2) h = \frac{4\pi}{3} (36h - h^3)$$

$$V' = \frac{4\pi}{3} (36 - 3h^2) = 0 \Rightarrow h^2 = 12 \Rightarrow h = 2\sqrt{3}$$

$$r^2 = 36 - 12 = 24$$

$$V_{\text{max}} = \frac{4\pi}{3} \cdot 24 \cdot 2\sqrt{3} = \frac{4\pi}{3} \cdot 48\sqrt{3} = 64\sqrt{3}\pi$$

$$V_{\text{max}} = 64\sqrt{3}\pi \approx 348,7 \text{ cm}^3$$

(đang liên tục cập nhật ...)