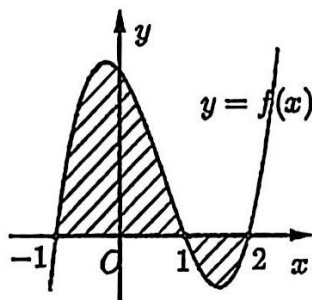


Họ và tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

Mã đề: 0118

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ (xem hình dưới). Phát biểu nào sau đây là đúng?



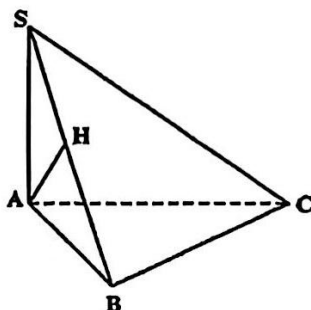
A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

B. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B và $AB = a, SA = a$, AH là đường cao của tam giác SAB (xem hình dưới).



Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

D. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 3. Cho $\int_1^2 f(x) dx = -3$ và $\int_1^2 g(x) dx = 4$. Giá trị của tích phân $\int_1^2 [f(x) + 2g(x)] dx$ bằng

A. 5.

B. -2.

C. 2.

D. 1.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0)$ và $B(2;3;-1)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $x + y - z - 3 = 0$.

B. $2x + y - z - 3 = 0$.

C. $x - y - z - 3 = 0$.

D. $x + y - z + 3 = 0$.

Câu 5. Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các học sinh tổ 1 của lớp 12A, được cho như bảng như sau:

Thời gian sử dụng (phút)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Số học sinh tổ 1	4	6	12	8	10

Phương sai của mẫu số liệu trên bằng

A. 13,15.

B. 28,5.

C. 162,75.

D. 160.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SD vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $ABCD$ hình chữ nhật và $AB = 4a, BC = a, SD = 2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $3a^3$. B. $8a^3$. C. $\frac{2}{3}a^3$. D. $\frac{8}{3}a^3$.

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 2$ và $u_3 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 4. B. 8. C. 12. D. 3.

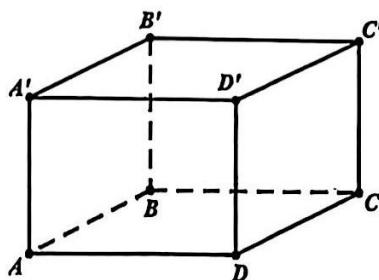
Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+7) = 5$ là

- A. $x = 18$. B. $x = 25$. C. $x = 3$. D. $x = 39$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây?

- A. $P(0; -1; 0)$. B. $N(0; -1; 1)$. C. $Q(0; 0; 1)$. D. $M(3; 0; 0)$.

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



Tổng $\overline{AB} + \overline{B'C'} + \overline{DD'}$ bằng

- A. $\overline{AC}$. B. $\overline{C'A}$. C. $\overline{AC'}$. D. $\overline{A'C}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \sin x$. Phát biểu nào sau đây là sai?

- A. Hàm số đã cho là hàm số chẵn.
B. Hàm số đã cho là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .
C. Hàm số đã cho có tập giá trị là đoạn $[-1; 1]$.
D. Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

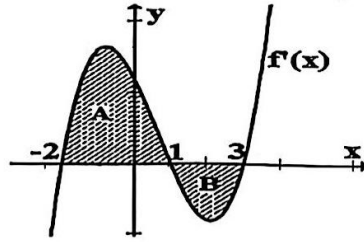
- A. 3. B. -1. C. -2. D. 2.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một trường THPT X có 30% tổng số học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, trong số những học sinh này có 70% học sinh biết bơi. Đồng thời, trong số các học sinh của trường không tham gia câu lạc bộ thể thao có 20% học sinh biết bơi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường THPT X.

- a) Xác suất để học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ thể thao bằng 0,3.
b) Xác suất để học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ thể thao, biết học sinh đó biết bơi, bằng 0,6.
c) Xác suất chọn được học sinh biết bơi bằng 0,21.
d) Xác suất để học sinh được chọn biết bơi, biết học sinh đó không tham gia câu lạc bộ thể thao, bằng 0,2.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình dưới đây. Biết $f(-2) = \frac{-23}{3}$, diện tích hình phẳng (A), (B) lần lượt bằng $\frac{63}{4}$ và $\frac{16}{3}$.



a) $\int_{-2}^3 f'(x)dx = \frac{253}{12}$.

b) $f(-2) > f(3)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$ đạt tại $x = 1$.

d) $f(1) = \frac{97}{12}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; -2)$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

a) Cosin của góc tạo bởi đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $\frac{4\sqrt{78}}{39}$.

b) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; -1)$.

c) Khoảng cách từ điểm $A(1; 0; -2)$ đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

d) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (P) là đường thẳng có phương trình $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2t \\ z = -3 + 13t \end{cases}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$.

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y = ax + b$. Khi đó $a + b = 1$.

c) Gọi A, B là các điểm cực đại, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho và O là gốc tọa độ. Diện tích tam giác OAB bằng 2.

d) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3; 1)$.

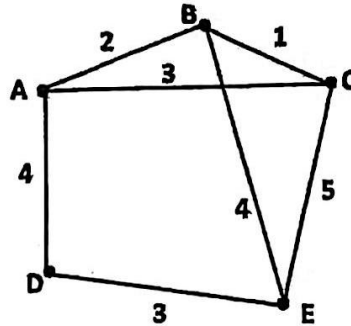
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 68 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $p(x) = 80 - 0,015x^2$ (đơn vị triệu đồng). Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 7,2x$ (đơn vị triệu đồng), thuế giá trị gia tăng mà nhà máy A phải đóng cho nhà nước là 10% tổng doanh thu mỗi tháng. Hỏi mỗi tháng nhà máy A thu được lợi nhuận cao nhất là bao nhiêu triệu đồng (sau khi đã trừ thuế giá trị gia tăng)?

Câu 2. Một công ty xây dựng đấu thầu ba dự án X, Y, Z . Xác suất để ba dự án X, Y và Z trúng thầu tương ứng là $a; b$ và $0,8$ ($a > b$). Biết rằng xác suất để ít nhất một trong ba dự án là $0,952$ và xác suất để cả ba dự án đều trúng thầu là $0,192$. Giả sử việc trúng thầu của ba dự án X, Y và Z là độc lập. Tính $3a + 2b$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, biết $AB = 3$, I là trung điểm cạnh AB , hình chiếu của điểm S lên mặt đáy là trung điểm H của đoạn CI , góc giữa đường thẳng SA và mặt đáy bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CI (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).

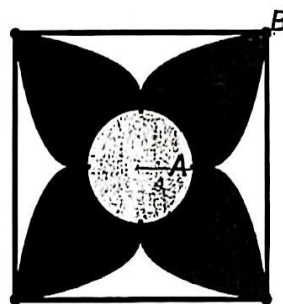
Câu 4. Tại một khu trung tâm dữ liệu, kỹ sư IT cần kiểm tra kết nối giữa các máy chủ trong hệ thống gồm các trạm A, B, C, D, E . Các tuyến cáp quang nối giữa các trạm được biểu diễn trong sơ đồ sau, với chữ số ghi trên mỗi tuyến là chiều dài dây cáp (đơn vị: kilômét). Kỹ sư cần thực hiện một hành trình bắt đầu từ một trạm bất kỳ, đi qua tất cả các tuyến cáp ít nhất một lần và kết thúc tại đúng trạm khởi hành, nhằm đảm bảo toàn bộ hệ thống được kiểm tra. Tổng chiều dài đường đi ngắn nhất mà kỹ sư cần di chuyển là bao nhiêu kilômét?



Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + ax + 3}{x - b}$ với a, b lần lượt là số chấm trên mặt xuất hiện của hai lần tung một con xúc xắc cân đối đồng chất. Biết xác suất để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$ là $\frac{m}{n}$

($m, n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $m^2 + n^2$.

Câu 6. Để chào mừng Ngày Quốc tế phụ nữ 8/3, bạn Bình muốn tự làm một món quà tặng mẹ. Từ một tấm bìa hình vuông cạnh 8 (dm), Bình dùng các đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $x = f(y)$ để vẽ hoa tặng mẹ, nhụy hoa được vẽ bằng đường tròn có tâm là tâm hình vuông và bán kính bằng 2 (dm). Khi đặt trong hệ trục tọa độ Oxy thì điểm $A(2; 0)$ và đường cong AB là một phần của đồ thị hàm đa thức bậc ba $y = f(x) = \frac{1}{2}x^3 + ax^2 + bx + c$. Biết rằng tỷ lệ phần tô đậm (gồm cánh và nhụy hoa) chiếm $\frac{3}{4}$ diện tích hình vuông. Tính $a + b + c$.



— HẾT —

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐỀ 1

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = \cos x$. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số đã cho có tập giá trị là đoạn $[-1;1]$.
- C. Hàm số đã cho là hàm số lẻ.
- D. Hàm số đã cho là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 2$ và $u_3 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3. B. 4. C. 8. D. 12.

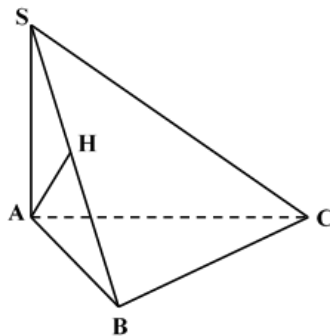
Câu 3: Nghiệm của phương trình $3^{x+1} = 9$ là

- A. $x = 1$. B. $x = 2$. C. $x = -2$. D. $x = -1$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B và $SA = AB = 2a$, $BC = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $3a^3$. B. $4a^3$. C. $2a^3$. D. a^3 .

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B và $AB = a$, $SA = 2a$, AH là đường cao của tam giác SAB (xem hình dưới).



Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. B. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$. D. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

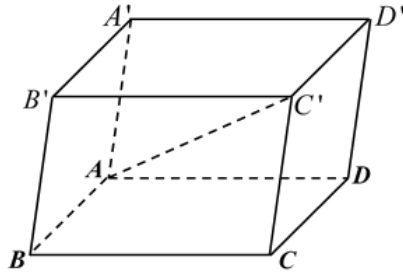
Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. -2 . C. 3. D. -1 .

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới). Phát biểu nào sau đây là đúng?



A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 8: Cho $\int_1^2 f(x)dx = -3$ và $\int_1^2 g(x)dx = 4$. Giá trị của tích phân $\int_1^2 [2f(x) + g(x)]dx$ bằng

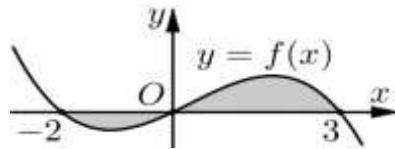
A. -2.

B. 2.

C. 1.

D. 5.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2, x = 3$ (xem hình dưới). Phát biểu nào sau đây là đúng?



A. $S = -\int_{-2}^0 f(x)dx + \int_0^3 f(x)dx$.

B. $S = \int_{-2}^0 f(x)dx + \int_0^3 f(x)dx$.

C. $S = -\int_{-2}^0 f(x)dx - \int_0^3 f(x)dx$.

D. $S = \int_{-2}^0 f(x)dx - \int_0^3 f(x)dx$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(2;0;0)$.

B. $(0;1;0)$.

C. $(2;1;0)$.

D. $(0;0;-1)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(2;0;1)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $x + y - z = 0$.

B. $x - y - z - 2 = 0$.

C. $x + y + z - 4 = 0$.

D. $x - y - z + 2 = 0$.

Câu 12. Thống kê độ tuổi tập thể dục thể thao hằng ngày trong một cụm dân cư có bảng số liệu sau:

Độ tuổi	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)
Số người	10	6	15	19	25

Phương sai của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu (Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

A. 189,66.

B. 13,68.

C. 187,13.

D. 187,03.

Lời giải:

Chọn C

Số trung bình là: $\bar{x} = \frac{15.10 + 25.6 + 35.15 + 45.19 + 55.25}{75} = \frac{611}{15}$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$s^2 = \frac{10.(15 - \frac{611}{15})^2 + 6.(25 - \frac{611}{15})^2 + 15.(35 - \frac{611}{15})^2 + 19.(45 - \frac{611}{15})^2 + 25.(55 - \frac{611}{15})^2}{75} \approx 187,13$$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$.

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.

c) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y = ax + b$. Khi đó $a + b = 2$.

d) Gọi A, B là các điểm cực đại, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho và O là gốc tọa độ. Diện tích tam giác OAB bằng 2.

Lời giải

a) Đúng

b) Sai. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(1; 2)$ và $(2; 3)$.

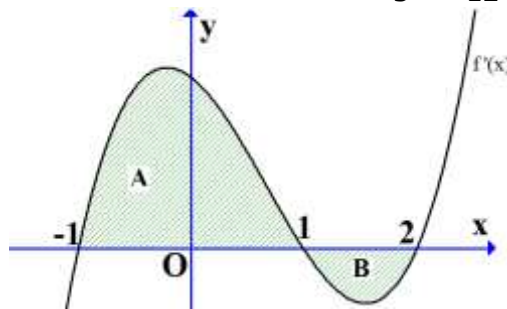
c) Đúng. Tiệm cận xiên: $y = x + 1 \Rightarrow a + b = 2$.

d) Sai. Giả sử $A(1; 1), B(3; 5)$. Phương trình $AB: 2x - y - 1 = 0$. Có $AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$

$$d(O; AB) = \frac{|-1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}. \text{ Do đó } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(O; AB) = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = 1.$$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình dưới đây.

Biết $f(-1) = \frac{17}{12}$, diện tích hình phẳng (A), (B) lần lượt bằng $\frac{8}{3}$ và $\frac{5}{12}$.



a) $\int_{-1}^2 f'(x) dx = \frac{9}{4}$.

b) $f(1) = \frac{5}{4}$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ đạt tại $x = 1$.

d) $f(-1) < f(2)$.

Lời giải

a) Đúng. $\int_{-1}^2 f'(x) dx = \int_{-1}^1 f'(x) dx + \int_1^2 f'(x) dx = \frac{8}{3} - \frac{5}{12} = \frac{9}{4}$.

b) Sai. $\int_{-1}^1 f'(x) dx = \frac{8}{3} \Leftrightarrow f(1) - f(-1) = \frac{8}{3} \Leftrightarrow f(1) = \frac{8}{3} + f(-1) = \frac{8}{3} + \frac{17}{12} = \frac{49}{12}$.

c) Sai. Từ đồ thị trên đoạn $[-1; 2]$, $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm qua giá trị $x = 1$ nên hs đạt GTLN trên đoạn $[-1; 2]$ tại $x = 1$.

d) Đúng. Vì

$$S_A > S_B \Rightarrow \int_{-1}^1 f'(x)dx > -\int_{-1}^2 f'(x)dx \Rightarrow f(x)\Big|_{-1}^1 > -f(x)\Big|_{-1}^2 \Rightarrow f(1) - f(-1) > -f(2) + f(1) \\ \Rightarrow -f(-1) > -f(2) \Rightarrow f(-1) < f(2).$$

Câu 3: Trường THPT X có 800 học sinh, trong đó có 360 học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao của trường. Biết rằng, trong số các học sinh của trường tham gia câu lạc bộ thể thao có 188 học sinh biết bơi, trong số các học sinh của trường không tham gia câu lạc bộ thể thao có 132 học sinh biết bơi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường THPT X.

a. Xác suất để học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ thể thao bằng 0,45.

b) Xác suất để học sinh được chọn biết bơi, biết rằng học sinh đó không tham gia câu lạc bộ thể thao, bằng 0,2.

c) Xác suất để học sinh được chọn biết bơi bằng 0,45.

d) Xác suất để học sinh được chọn thuộc câu lạc bộ thể thao, biết rằng học sinh đó biết bơi, bằng 0,58 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ thể thao”.

Gọi B là biến cố: “Học sinh được chọn biết bơi”.

a) Chọn ĐÚNG

$$\text{Xác suất } P(A) = \frac{360}{800} = 0,45.$$

b) Chọn SAI

Số học sinh không tham gia câu lạc bộ là: $800 - 360 = 440$.

$$\text{Xác suất có điều kiện } P(B|\bar{A}) = \frac{132}{440} = 0,3.$$

c) Chọn SAI

Số học sinh biết bơi là: $188 + 132 = 320$.

$$\text{Xác suất } P(B) = \frac{320}{800} = 0,4.$$

d) Chọn SAI

$$\text{Ta có } P(B|A) = \frac{188}{360}.$$

Áp dụng công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao mà học sinh đó biết bơi là:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,45 \cdot \frac{188}{360}}{0,4} = \frac{47}{80} = 0,5875 \approx 0,59.$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 6; 0)$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

a) Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -1)$.

b) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

c) Côsin của góc tạo bởi đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $\frac{\sqrt{30}}{6}$.

d) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (P) là đường thẳng có phương trình

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

b) $d(A, (P)) = \frac{6\sqrt{5}}{5}$ nên **b) đúng**

c) $\sin(d, (P)) = \frac{\sqrt{30}}{6} \Rightarrow \cos(d, (P)) = \frac{\sqrt{6}}{6}$. Suy ra **c) sai**

d) Gọi B là giao điểm của d và (P) . Ta có $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - t \end{cases}, B \in d \Rightarrow B(1 + 2t; -1 + t; 2 - t)$

$$B \in (P) \Rightarrow 2(1 + 2t) + (-1 + t) + 4 = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow B(-1; -2; 3).$$

Lấy điểm $C(1; -1; 2) \in d$. Đường thẳng d' qua C vuông góc (P) có pt $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 \end{cases}$

$$C' \in d' \Rightarrow C'(1 + 2t; -1 + t; 2)$$

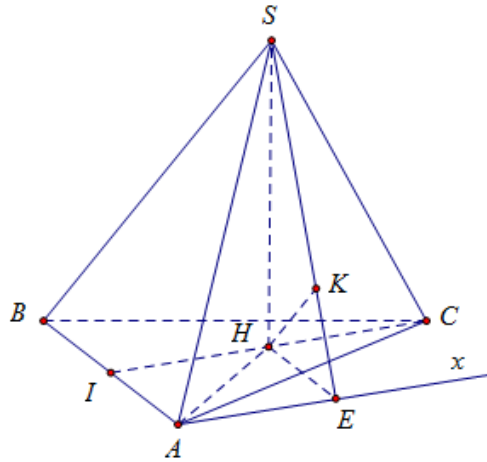
$$C' \in (P) \Rightarrow 2(1 + 2t) + (-1 + t) + 4 = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow C'(-1; -2; 2).$$

Phương trình hình chiếu của d trên (P) là $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \\ z = 2 + t \end{cases}$

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, biết $AB = 3$, I là trung điểm cạnh AB , hình chiếu của điểm S lên mặt phẳng đáy là trung điểm H của đoạn CI , góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CI (Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần chục).

Đáp án: 1,2



Kẻ đường thẳng Ax song song với IC , kẻ $HE \perp Ax$ tại E .

$$\forall i \quad IC // (SAE) \text{ nên } d(IC; SA) = d(IC; (SAE)) = d(H; (SAE)).$$
$$\text{Kẻ } HK \perp SE \text{ tại } K, K \in SE. (1)$$
$$Ax \perp HE, Ax \perp SH \Rightarrow Ax \perp (SEA) \Rightarrow Ax \perp HK \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra $HK \perp (SAE)$. Vậy $d(H; (SAE)) = HK$.

$$CH = IH = \frac{1}{2}IC = \frac{1}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}; \quad AH = \sqrt{IH^2 + IA^2} = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{7}}{4}.$$

$$\left(SA; (ABC) \right) = SAH = 45^\circ \Rightarrow \triangle SAH \text{ vuông cân tại } H \text{ nên } SH = AH = \frac{3\sqrt{7}}{4}.$$

Ta có $HE = IA = \frac{3}{2}$ (vì tứ giác $AIHE$ là hình chữ nhật)

$$HK = \frac{SH.HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} \cdot \frac{\frac{3\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{3}{2}}{\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{7}}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2}} = \frac{3\sqrt{77}}{22}.$$

Có thể chọn hệ tọa độ không gian để giải bài toán.

Câu 2. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 50 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $p(x) = 63 - 0,02x^2$ (đơn vị triệu đồng). Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 50 + 8,1x$ (đơn vị triệu đồng), thuế giá trị gia tăng mà nhà máy A phải đóng cho nhà nước là 10% tổng doanh thu mỗi tháng. Hỏi mỗi tháng nhà máy A thu được lợi nhuận cao nhất là bao nhiêu triệu đồng (sau khi đã trừ thuế giá trị gia tăng)?

Lời giải

Đáp án: 922

Gọi x là số sản phẩm nhà máy B đặt hàng nhà máy A hàng tháng ($0 \leq x \leq 50$)

Tổng doanh thu hàng tháng của nhà máy A là $xp(x) = 63x - 0,02x^3$ (triệu đồng)

Thuế giá trị gia tăng mà nhà máy A phải đóng cho nhà nước là $6,3x - 0,002x^3$ (triệu đồng)

Tổng chi phí mà nhà máy A phải chi trả hàng tháng là $(50 + 8,1x) + (6,3x - 0,002x^3)$ (triệu đồng)

Khi đó, lợi nhuận hàng tháng của nhà máy A là

$$(63x - 0,02x^3) - (50 + 8,1x) - (6,3x - 0,002x^3) = -0,018x^3 + 48,6x - 50 \text{ (triệu đồng)}$$

Xét hàm số $f(x) = -0,018x^3 + 48,6x - 50, x \in [0; 50]$

Ta có: $f'(x) = -0,054x^2 + 48,6$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ x = -40 \end{cases} \text{ (I)} \quad \text{và} \quad f(0) = -100, f(30) = 922, f(50) = 130.$$

Vậy mỗi tháng nhà máy A thu được lợi nhuận cao nhất là 922 triệu đồng.

Câu 3. Một công ty xây dựng đấu thầu ba dự án X, Y và Z . Xác suất để ba dự án X, Y và Z trúng thầu tương ứng là a, b và $0,8$ ($a > b$). Biết rằng xác suất để ít nhất một trong ba dự án trúng thầu là $0,964$ và xác suất để cả ba dự án đều trúng thầu là $0,224$. Giả sử việc trúng thầu của ba dự án X, Y và Z là độc lập. Tính $2a + b$.

Lời giải

Đáp án: 1,8.

Gọi X, Y, Z tương ứng là các biến cố: Công ty trúng thầu dự án X, Y, Z .

Các biến X, Y, Z độc lập và $P(X) = a; P(Y) = b; P(Z) = 0,8$

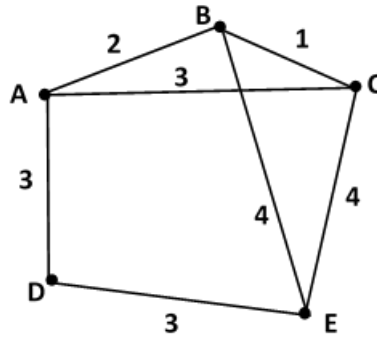
$$\text{Theo bài ra ta có: } \begin{cases} P(X \cup Y \cup Z) = 0,964 \\ P(X \cap Y \cap Z) = 0,224 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P(\bar{X} \cap \bar{Y} \cap \bar{Z}) = 0,036 \\ P(X \cap Y \cap Z) = 0,224 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P(\bar{X})P(\bar{Y})P(\bar{Z}) = 0,036 \\ P(X)P(Y)P(Z) = 0,224 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-a)(1-b)(1-0,8) = 0,036 \\ 0,8 \cdot a \cdot b = 0,224 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ab = 0,28 \\ a + b = 1,1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0,7 \\ b = 0,4 \end{cases} \text{ (do điều kiện } a > b \text{)}.$$

Vậy $2a + b = 1,8$.

Câu 4. Tại một khu trung tâm dữ liệu, kỹ sư IT cần kiểm tra kết nối giữa các máy chủ trong hệ thống gồm các trạm A, B, C, D, E . Các tuyến cáp quang nối giữa các trạm được biểu diễn trong sơ đồ sau, với chữ số ghi trên mỗi tuyến là chiều dài dây cáp (đơn vị: kilômét). Kỹ sư cần thực hiện một hành trình bắt đầu từ một trạm bất kỳ, đi qua tất cả các tuyến cáp ít nhất một lần và kết thúc tại đúng trạm khởi hành, nhằm đảm bảo toàn bộ hệ thống được kiểm tra. Tổng chiều dài đường đi ngắn nhất mà kỹ sư cần di chuyển là bao nhiêu kilômét?



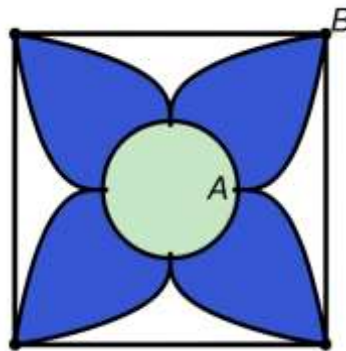
Lời giải

Trả lời: 27

Các trạm và các tuyến đường lập thành một đồ thị có 5 đỉnh, 7 cạnh trong đó có 4 đỉnh lẻ. Vì một đồ thị có chu trình Euler nếu nó liên thông và có tất cả các đỉnh bậc chẵn, nên kỹ sư cần đi lại các tuyến đường nối các đỉnh lẻ để biến chúng thành các đỉnh chẵn, vì có 4 đỉnh lẻ là A, B, C, E nên kỹ sư phải đi lại ít nhất hai tuyến đường, mỗi tuyến đường đi lần thứ hai nối hai đỉnh lẻ, do đó để đường đi ngắn nhất thì tuyến đường nối hai trạm A, C và tuyến đường nối hai trạm B, E sẽ đi hai lần.

Từ đó tìm được đường đi ngắn nhất thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $4 + 4 + 3 + 3 + 2 + 3 + 1 + 3 + 4 = 27$

Câu 5. Để chào mừng Ngày Quốc tế phụ nữ 8/3, bạn Bình muốn tự làm một món quà tặng mẹ. Từ một tấm bìa hình vuông cạnh 10 (dm), Bình dùng các đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $x = f(y)$ để vẽ hoa tặng mẹ, nhụy hoa được vẽ bằng đường tròn có tâm là tâm hình vuông và bán kính bằng 2 (dm). Khi đặt trong hệ trục tọa độ Oxy thì điểm $A(2;0)$ và đường cong AB là một phần của đồ thị hàm đa thức bậc ba $y = \frac{1}{2}x^3 + ax^2 + bx + c$. Biết rằng tỷ lệ phần tô đậm chiếm $\frac{3}{4}$ diện tích hình vuông. Tính $-9a + b + c$.



Trả lời: 39,5

Diện tích hình vuông của hình vẽ là: $10^2 = 100 (dm^2)$

Dựa vào đồ thị hình vẽ ta có: $A(2;0); B(5;5)$.

Lại có $y = f(x) = \frac{1}{2}x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua A, B nên ta có:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \cdot 2^3 + a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 0 \\ \frac{1}{2} \cdot 125 + a \cdot 25 + b \cdot 5 + c = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = -4 \\ 25a + 5b + c = -\frac{115}{2} \end{cases} \quad (1)$$

Ta có diện tích phần trắng là $S_{ptrang} = 8 \cdot \int_2^5 \left(\frac{1}{2}x^3 + ax^2 + bx + c \right) dx$

Vậy diện tích phần in đậm là: $S_{indam} = S_{hv} - S_{ptrang}$

Theo bài cho ta có: $\frac{S_{indam}}{S_{hv}} = \frac{S_{indam}}{100} = \frac{3}{4} \Rightarrow S_{indam} = 75; S_{ptrang} = 25$

$$\Rightarrow \int_2^5 \left(\frac{1}{2}x^3 + ax^2 + bx + c \right) dx = \frac{25}{8} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{3}ax^3 + \frac{1}{2}bx^2 + cx \right) \Big|_2^5 = \frac{25}{8}$$

$$\Leftrightarrow 39a + \frac{21}{2}b + 3c = -73(2)$$

Từ (1) (2) suy ra:
$$\begin{cases} a = \frac{-77}{18} \\ b = \frac{109}{9} \\ c = -\frac{100}{9} \end{cases}.$$

Vậy $-9a + b + c = 39,5$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + bx + 2}{x - c}$ với b, c lần lượt là số chấm trên mặt xuất hiện của hai lần tung một con xúc xắc cân đối đồng chất. Biết xác suất để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; 4)$ là $\frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $m^2 + n^2$.

Đáp số: 1921

Ta có: $n(\Omega) = 36$

$f'(x) = \frac{x^2 - 2cx - bc - 2}{(x - c)^2}$. Do $(x - c)^2 > 0, \forall x \neq c$ nên để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(2; 4)$ thì

$$x^2 - 2cx - bc - 2 \leq 0, \forall x \in (2; 4) \Leftrightarrow x^2 - 2cx - 2 \leq bc, \forall x \in (2; 4)$$

Đặt $g(x) = x^2 - 2cx - 2, x \in (2; 4)$ (dễ thấy bài toán không thỏa mãn với $c = 3$ và phương trình $g(x) = 0$ có nghiệm trong khoảng $(2; 4)$).

Ta có: $g(2) = 2 - 4c; g(4) = 14 - 8c$

Trường hợp 1: $2 - 4c < 14 - 8c \Leftrightarrow c < 3 \Leftrightarrow c \in \{1; 2\}$

Khi đó: Yêu cầu bài toán trở thành $14 - 8c \leq bc \Leftrightarrow b + 8 \geq \frac{14}{c} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \Rightarrow b = 6 \\ c = 2 \Rightarrow b \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \end{cases}$.

Trường hợp này có 7 kết quả thỏa mãn.

Trường hợp 2: $2 - 4c > 14 - 8c \Leftrightarrow c > 3 \Leftrightarrow c \in \{4; 5; 6\}$

Khi đó: Yêu cầu bài toán trở thành $2 - 4c \leq bc \Leftrightarrow b + 4 \geq \frac{2}{c}$. Khi đó

$$\begin{cases} c = 4 \Rightarrow b \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \\ c = 5 \Rightarrow b \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \\ c = 6 \Rightarrow b \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \end{cases}$$

Trường hợp này có 18 kết quả thỏa mãn.

Vậy xác suất thỏa mãn bài toán là $P = \frac{25}{36}$. Suy ra $m^2 + n^2 = 1921$.

ĐỀ 2

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = \sin x$. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số đã cho có tập giá trị là đoạn $[-1; 1]$.
- C. Hàm số đã cho là hàm số chẵn.
- D. Hàm số đã cho là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 2$ và $u_3 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 3.
- B. 4.
- C. 8.
- D. 12.

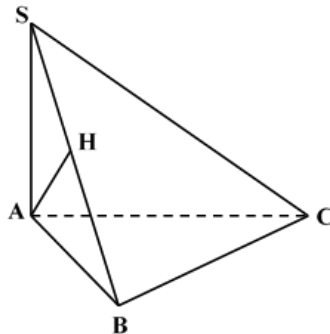
Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2(x + 7) = 5$ là

- A. $x = 18$.
- B. $x = 25$.
- C. $x = 39$.
- D. $x = 3$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SD vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $ABCD$ hình chữ nhật và $AB = 4a, BC = a, SD = 2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $8a^3$.
- B. $3a^3$.
- C. $\frac{8}{3}a^3$.
- D. $\frac{2}{3}a^3$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B và $AB = a, SA = a, AH$ là đường cao của tam giác SAB (xem hình dưới).



Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.
- B. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.
- C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.
- D. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$.

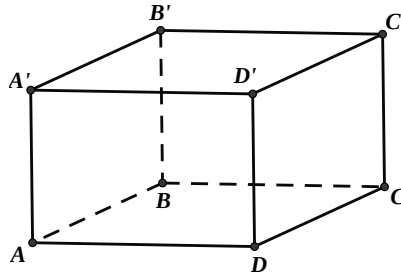
Câu 6 : Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.** 3. **B.** -2 . **C.** -1 . **D.** 2.

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



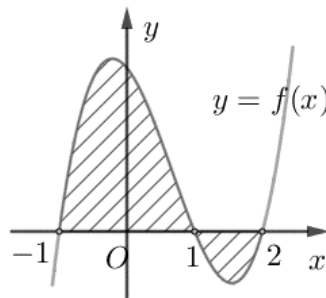
Tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{DD'}$ bằng

- A.** $\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{A'C}$. **C.** $\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{C'A}$.

Câu 8: Cho $\int_1^2 f(x)dx = -3$ và $\int_1^2 g(x)dx = 4$. Giá trị của tích phân $\int_1^2 [f(x) + 2g(x)]dx$ bằng

- A.** -2 . **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ (xem hình dưới). Phát biểu nào sau đây là đúng?



- A.** $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$. **B.** $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.
C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$. **D.** $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây?

- A.** $M(3; 0; 0)$. **B.** $N(0; -1; 1)$. **C.** $P(0; -1; 0)$. **D.** $Q(0; 0; 1)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0)$ và $B(2;3;-1)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

- A.** $2x + y - z - 3 = 0$. **B.** $x + y - z + 3 = 0$. **C.** $x + y - z - 3 = 0$. **D.** $x - y - z - 3 = 0$.

Câu 12: Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các học sinh tổ 1 của lớp 12A, được cho như bảng như sau:

Thời gian sử dụng (phút)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Số học sinh tổ 1	4	6	12	8	10

Phương sai của mẫu số liệu trên bằng

- A.** 162,75. **B.** 160. **C.** 28,5. **D.** 13,15.

Lời giải

Chọn A

Số phút sử dụng trung bình của học sinh Tổ 1 là:

$$\bar{x}_1 = \frac{4.5 + 6.15 + 12.25 + 8.35 + 10.45}{40} = \frac{1140}{40} = 28.5$$

Phương sai:

$$s_1^2 = \frac{4.(5-28.5)^2 + 6.(15-28.5)^2 + 12.(25-28.5)^2 + 8.(35-28.5)^2 + 10.(45-28.5)^2}{40} = \frac{6510}{40} = 162.75$$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$.

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$.

c) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y = ax + b$. Khi đó $a + b = 1$.

d) Gọi A, B là các điểm cực đại, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho và O là gốc tọa độ. Diện tích tam giác OAB bằng 2.

Lời giải

a) Đúng

b) Sai. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(-1;1)$.

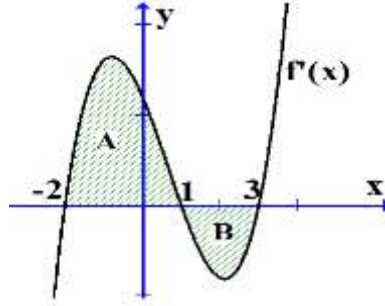
c) Sai. Tiệm cận xiên: $y = x - 2 \Rightarrow a + b = -1$.

d) Sai. Giả sử $A(-3;-7), B(1;1)$. Phương trình AB : $2x - y - 1 = 0$. Có $AB = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$

$$d(O; AB) = \frac{|-1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}. \text{ Do đó } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(O; AB) = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = 2.$$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình dưới đây.

Biết $f(-2) = \frac{-23}{3}$, diện tích hình phẳng (A), (B) lần lượt bằng $\frac{63}{4}$ và $\frac{16}{3}$.



a) $\int_{-2}^3 f'(x)dx = \frac{253}{12}.$

b) $f(1) = \frac{97}{12}.$

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$ đạt tại $x = 1$.

d) $f(-2) > f(3).$

Lời giải

a) **Sai.** $\int_{-2}^3 f'(x)dx = \int_{-2}^1 f'(x)dx + \int_1^3 f'(x)dx = \frac{63}{4} - \frac{16}{3} = \frac{125}{12}.$

b) **Đúng.** $\int_{-2}^1 f'(x)dx = \frac{63}{4} \Leftrightarrow f(1) - f(-2) = \frac{63}{4} \Leftrightarrow f(1) = \frac{63}{4} + f(-2) = \frac{63}{4} + \frac{-23}{3} = \frac{97}{12}.$

c) **Đúng.** Từ đồ thị trên đoạn $[-2; 3]$, $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm qua giá trị $x = 1$ nên hs đạt GTLN trên đoạn $[-1; 2]$ tại $x = 1$.

d) **Sai.** Vì

$$S_A > S_B \Rightarrow \int_{-2}^1 f'(x)dx > -\int_1^3 f'(x)dx \Rightarrow f(x)|_{-2}^1 > -f(x)|_1^3 \Rightarrow f(1) - f(-2) > -f(3) + f(1) \\ \Rightarrow -f(-2) > -f(3) \Rightarrow f(-2) < f(3).$$

Câu 3. Một trường THPT X có 30% tổng số học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, trong số những học sinh này có 70% học sinh biết bơi. Đồng thời, trong số các học sinh của trường không tham gia câu lạc bộ thể thao có 20% học sinh biết bơi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường THPT X.

a) **Xác suất để học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ thể thao bằng 0,3.**

b) **Xác suất để học sinh được chọn biết bơi, biết học sinh đó không tham gia câu lạc bộ thể thao, bằng 0,2.**

c) **Xác suất chọn được học sinh biết bơi bằng 0,21.**

d) **Xác suất để học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ thể thao, biết học sinh đó biết bơi, bằng 0,6.**

Lời giải

Xét các biến cố:

A : “Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao”; B : “Chọn được học sinh biết bơi”.

a) **Đúng**

Do trường THPT có 30% học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao nên $P(A) = 0,3$.

b) **Đúng**

Do 20% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết bơi nên $P(B|\bar{A}) = 0,2$.

c) **Sai**

Vì trong số học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, có 70% học sinh biết bơi nên $P(B|A) = 0,7$.

Xác suất học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao là $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,7$.

Xác suất chọn được học sinh biết bơi là

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,3.0,7 + 0,7.0,2 = 0,35.$$

d) Đúng

Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,3.0,7}{0,35} = 0,6.$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1;0;-2)$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;2;-1)$.

b) Khoảng cách từ điểm $A(1;0;-2)$ đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

c) Cosin của góc tạo bởi đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $\frac{4\sqrt{78}}{39}$.

d) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (P) là đường thẳng có phương trình

$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2t \\ z = -3 + 13t \end{cases}.$$

Hướng dẫn giải

a) Đúng

b) $d(A, (P)) = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ nên **b) sai**

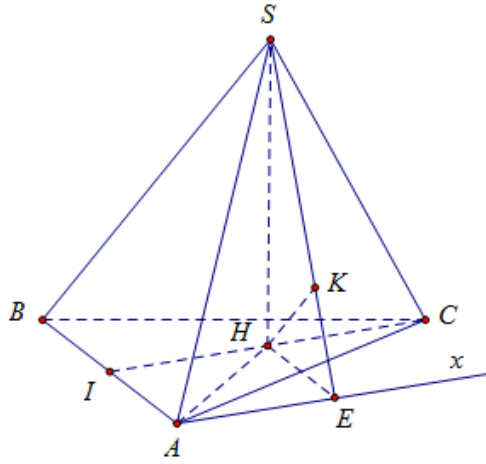
c) $\sin(d, (P)) = \frac{4\sqrt{78}}{39} \Rightarrow \cos(d, (P)) = \frac{\sqrt{273}}{39}$. Suy ra **c) Sai**

d) Đúng

Phần III. Trả lời ngắn

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, biết $AB = 3$, I là trung điểm cạnh AB , hình chiếu của điểm S lên mặt đáy là trung điểm H của đoạn CI , góc giữa đường thẳng SA và mặt đáy bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CI (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).

Đáp án: 1,37



Kẻ đường thẳng Ax song song với IC , kẻ $HE \perp Ax$ tại E .

Vì $IC \parallel (SAE)$ nên $d(IC; SA) = d(IC; (SAE)) = d(H; (SAE))$.

Kẻ $HK \perp SE$ tại K , $K \in SE$. (1)

$Ax \perp HE, Ax \perp SH \Rightarrow Ax \perp (SEA) \Rightarrow Ax \perp HK$ (2)

Từ (1), (2) suy ra $HK \perp (SAE)$. Vậy $d(H; (SAE)) = HK$.

$$CH = IH = \frac{1}{2} IC = \frac{1}{2} \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}; \quad AH = \sqrt{IH^2 + IA^2} = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{7}}{4}.$$

$$\left(SA; (ABC) \right) = \angle SAH = 60^\circ \text{ nên } SH = AH \tan 60^\circ = \frac{3\sqrt{21}}{4}.$$

Ta có $HE = IA = \frac{3}{2}$ (vì tứ giác $AIHE$ là hình chữ nhật)

$$HK = \frac{SH \cdot HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{\frac{3\sqrt{21}}{4} \cdot \frac{3}{2}}{\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{21}}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2}} = \frac{3\sqrt{21}}{10}.$$

Có thể chọn hệ tọa độ không gian để giải bài toán.

Câu 2. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 68 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $p(x) = 80 - 0,015x^2$ (đơn vị triệu đồng). Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 7,2x$ (đơn vị triệu đồng), thuế giá trị gia tăng mà nhà máy A phải đóng cho nhà nước là 10% tổng doanh thu mỗi tháng. Hỏi mỗi tháng nhà máy A thu được lợi nhuận cao nhất là bao nhiêu triệu đồng (sau khi đã trừ thuế giá trị gia tăng)?

Lời giải

Đáp án: 1628

Gọi x là số tấn sản phẩm nhà máy B đặt hàng nhà máy A hàng tháng ($0 \leq x \leq 68$)

Tổng doanh thu hàng tháng của nhà máy A là $xp(x) = 80x - 0,015x^3$ (triệu đồng)

Thuế giá trị gia tăng mà nhà máy A phải đóng cho nhà nước là $8x - 0,0015x^3$ (triệu đồng)

Tổng chi phí mà nhà máy A phải chi trả hàng tháng là $(100 + 7,2x) + (8x - 0,0015x^3)$ (triệu đồng)

Khi đó, lợi nhuận hàng tháng của nhà máy A là

$$(80x - 0,015x^3) - (100 + 7,2x) - (8x - 0,0015x^3) = -0,0135x^3 + 64,8x - 100 \text{ (triệu đồng)}$$

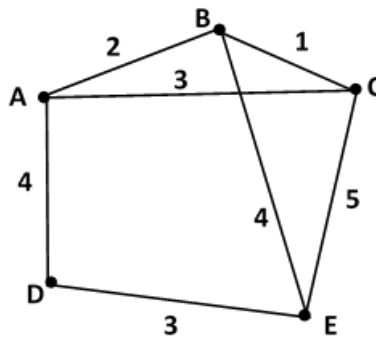
Xét hàm số $f(x) = -0,0135x^3 + 64,8x - 100$, $x \in [0; 68]$

Ta có: $f'(x) = -0,0405x^2 + 64,8$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ x = -40 \end{cases} \text{ (l)} \quad \text{và} \quad f(0) = -100, f(40) = 1628, f(68) = 61,568.$$

Vậy mỗi tháng nhà máy A thu được lợi nhuận cao nhất là 1628 triệu đồng.

Câu 3. Tại một khu trung tâm dữ liệu, kỹ sư IT cần kiểm tra kết nối giữa các máy chủ trong hệ thống gồm các trạm A, B, C, D, E . Các tuyến cáp quang nối giữa các trạm được biểu diễn trong sơ đồ sau, với chữ số ghi trên mỗi tuyến là chiều dài dây cáp (đơn vị: kilômét). Kỹ sư cần thực hiện một hành trình bắt đầu từ một trạm bất kỳ, đi qua tất cả các tuyến cáp ít nhất một lần và kết thúc tại đúng trạm khởi hành, nhằm đảm bảo toàn bộ hệ thống được kiểm tra. Tổng chiều dài đường đi ngắn nhất mà kỹ sư cần di chuyển là bao nhiêu kilômét?



Trả lời: 29

Các trạm và các tuyến đường lập thành một đồ thị có 5 đỉnh, 7 cạnh trong đó có 4 đỉnh lẻ. Vì một đồ thị có chu trình Euler nếu nó liên thông và có tất cả các đỉnh bậc chẵn, nên kỹ sư cần đi lại các tuyến đường nối các đỉnh lẻ để biến chúng thành các đỉnh chẵn, vì có 4 đỉnh lẻ là A, B, C, E nên kỹ sư phải đi lại ít nhất hai tuyến đường, mỗi tuyến đường đi lần thứ hai nối hai đỉnh lẻ, do đó để đường đi ngắn nhất thì tuyến đường nối hai trạm A, C và tuyến đường nối hai trạm B, E sẽ đi hai lần.

$$3 + 4 + 4 + 5 + 2 + 3 + 1 + 3 + 4 = 29$$

Câu 4. Một công ty xây dựng đấu thầu ba dự án X, Y, Z . Xác suất để ba dự án X, Y và Z trúng thầu tương ứng là $a; b$ và $0,8(a > b)$. Biết rằng xác suất để ít nhất một trong ba dự án là $0,952$ và xác suất để cả ba

dự án đều trúng thầu là 0,192. Giả sử việc trúng thầu của ba dự án X , Y và Z là độc lập với nhau. Tính $3a + 2b$.

Lời giải

Đáp án: 2,6

Việc trúng thầu của ba dự án X , Y và Z là độc lập với nhau nên ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} P(XYZ) = P(X)P(Y)P(Z) = ab \cdot 0,8 = 0,192 \\ 1 - P(\overline{XYZ}) = 1 - P(\overline{X})P(\overline{Y})P(\overline{Z}) = 1 - (1-a)(1-b)(1-0,8) = 0,952 \end{cases}$$

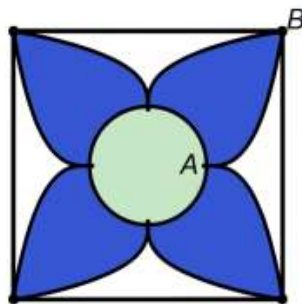
$$\Leftrightarrow \begin{cases} ab = 0,24 \\ 1 - 0,2(1-a-b+ab) = 0,952 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ab = 0,24 \\ a+b = 1 \end{cases}$$

Khi đó a, b là nghiệm của phương trình: $x^2 - x + 0,24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0,6 \\ b = 0,4 \end{cases} (a > b).$

Vậy $3a + 2b = 3 \cdot 0,6 + 2 \cdot 0,4 = 2,6$.

Câu 5. Để chào mừng Ngày Quốc tế phụ nữ 8/3, bạn Bình muốn tự làm một món quà tặng mẹ. Từ một tấm bìa hình vuông cạnh 8 (dm), Bình dùng các đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $x = f(y)$ để vẽ hoa tặng mẹ, nhụy hoa được vẽ bằng đường tròn có tâm là tâm hình vuông và bán kính bằng 2 (dm). Khi đặt trong hệ trục tọa độ Oxy thì điểm $A(2;0)$ và đường cong AB là một phần của đồ thị hàm đa thức bậc ba $y = f(x) = \frac{1}{2}x^3 + ax^2 + bx + c$. Biết rằng tỷ lệ phần tô đậm chiếm $\frac{3}{4}$ diện tích hình vuông. Tính $a + b + c$.



Trả lời: -1

Diện tích hình vuông của hình vẽ là: $6^2 = 64 (dm^2)$

Dựa vào đồ thị hình vẽ ta có: $A(2;0); B(4;4)$.

Lại có $y = f(x) = \frac{1}{2}x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua A, B nên ta có:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \cdot 2^3 + a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 0 \\ \frac{1}{2} \cdot 64 + a \cdot 16 + b \cdot 4 + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = -4 \\ 16a + 4b + c = -28 \end{cases} \quad (1)$$

Ta có diện tích phần trắng là $S_{ptrang} = 8 \cdot \int_2^4 \left(\frac{1}{2}x^3 + ax^2 + bx + c \right) dx$

Vậy diện tích phần in đậm là: $S_{indam} = S_{hv} - S_{ptrang}$

Theo bài cho ta có: $\frac{S_{indam}}{S_{hv}} = \frac{S_{indam}}{64} = \frac{3}{4} \Rightarrow S_{indam} = 48; S_{ptrang} = 16$

$$\Rightarrow \int_2^4 \left(\frac{1}{2}x^3 + ax^2 + bx + c \right) dx = 2 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{3}ax^3 + \frac{1}{2}bx^2 + cx \right) \Big|_2^4 = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{56}{3}a + 6b + 2c = -28 \quad (2)$$

Từ (1) (2) suy ra:
$$\begin{cases} a = -3 \\ b = 6 \\ c = -4 \end{cases}.$$

Vậy $a + b + c = -1$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + ax + 3}{x - b}$ với a, b lần lượt là số chấm trên mặt xuất hiện của hai lần tung một con xúc xắc cân đối đồng chất. Biết xác suất để $f(x)$ nghịch biến trên $(1; 3)$ là $\frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $m^2 + n^2$.

Đáp số: 61

Ta có: $n(\Omega) = 36$

$f'(x) = \frac{x^2 - 2bx - ab - 3}{(x - b)^2}$. Do $(x - b)^2 > 0, \forall x \neq b$ nên để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(1; 3)$ thì

$$x^2 - 2bx - ab - 3 \leq 0, \forall x \in (1; 3) \Leftrightarrow x^2 - 2bx - 3 \leq ab, \forall x \in (1; 3)$$

Đặt $g(x) = x^2 - 2bx - 3, x \in (1; 3)$ (dễ thấy bài toán không thỏa mãn với $b = 2$ và phương trình $g(x) = 0$ có nghiệm trong khoảng $(1; 3)$).

Ta có: $g(1) = -2 - 2b; g(2) = 6 - 6b$

Trường hợp 1: $-2 - 2b < 6 - 6b \Leftrightarrow b < 2 \Leftrightarrow b = 1$

Khi đó: Yêu cầu bài toán trở thành $6 - 6b \leq ab \Leftrightarrow a + 6 \geq \frac{6}{b}$. Khi đó $b = 1 \Rightarrow a \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Trường hợp này có 6 kết quả thỏa mãn.

Trường hợp 2: $-2 - 2b > 6 - 6b \Leftrightarrow b > 2 \Leftrightarrow b \in \{3; 4; 5; 6\}$.

Khi đó: Yêu cầu bài toán trở thành $-2 - 2b \leq ab \Leftrightarrow ab + 2b \geq -2$. Khi đó với mỗi $b \in \{3; 4; 5; 6\} \Rightarrow a \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Trường hợp này có 24 kết quả thỏa mãn

Vậy xác suất thỏa mãn bài toán là $P = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$. Suy ra $m^2 + n^2 = 61$.